VŠB – Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra aplikované matematiky

Nutné podmínky faktorizace
Necessary conditions of graph factorizations

2013 Václav Sitta

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra aplikované matematiky

Zadání bakalářské práce

Student: **Václav Sitta**

Studijní program: B2647 Informační a komunikační technologie

Studijní obor: 1103R031 Výpočetní matematika

Téma: Nutné podmínky faktorizace
Necessary conditions of graph factorizations

Zásady pro vypracování:

Faktorizace a rozklady kompletních grafů je téma, které je v teorii grafů studováno již více než 50 let. Přesto úplná klasifikace grafů, které faktorizaci umožňují, není zdaleka známa.
Cílem práce je přehledně shrnout známé nutné podmínky pro existenci faktorizace kompletních grafů na stromy a praktické ověření jejich dostatečnosti.

Práci lze rozdělit do následujících částí:
- studium nutných podmínek faktorizace kompletních grafů na stromy
- zpracování přehledu nutných podmínek na základě odborné literatury
- algoritmické ověření, zda a které malé stromy splňují nutnou podmínku avšak nefaktorizují příslušný kompletní graf
- shrnutí výsledků a omezení známých teoretických podmínek

Jedná se o přehledovou práci spolu s vývojem a několika drobných implementací algoritmů, která dále využívá software vyvíjený na katedře.

Seznam doporučené odborné literatury:

- odborné články (podle pokynů vedoucího bakalářské/diplomové práce)
* Fronček, Kovář Kovářová, Kubesa: Factorizations of complete graphs into caterpillars of diameter 5. Discrete Math, 310, 537-556 (2010)
* Fronček, Kovář, Kubesa: Factorizations of complete graphs into trees with at most four non-leave vertices, Graphs and Combinatorics, Graphs and Combinatorics, 27, 621-646 (2011)
* Kovář, Kubesa., Meszka.: Factorizations of complete graphs into brooms, Discrete Math, (accepted)
* Kovář: Necessary conditions for factorizations of~complete graphs into spanning trees (submitted)

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **Mgr. Petr Kovář, Ph.D.**

Datum zadání: 16.11.2012

Datum odevzdání: 07.05.2013

doc. RNDr. Jiří Bouchala, Ph.D. *vedoucí katedry*	prof. RNDr. Václav Snášel, CSc. *děkan fakulty*

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ-TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
Fakulta elektrotechniky a informatiky
1

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně. Uvedl jsem všechny literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal.

V Ostravě 17.února 2013 ....

Děkuji panu Doc.Mgr. Petru Kovářovi, Ph.D. za jeho rady a čas. Dále děkuji své rodině a přátelům za podporu.

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá faktorizací kompletních grafů na isomorfní stromy. Jedná se o přehled nutných podmínek faktorizace a přehled stromů na $2n$ vrcholech, kde $n = 2, 3, 4, 5, 6$, které nefaktorizují příslušné kompletní grafy. Ačkoliv je faktorizace disciplína teorie grafů, která se šetří přes 50 let, úplná klasifikace stromů není zcela známa.

Práce je rozdělena do dvou hlavních částí. V první části je přehled nutných podmínek faktorizace, které jsou převzaté z článků řady autorů [2], [3], [4], [6], [7], [9], [10] a [11]. V druhé části je seznam stromů, u nichž řeším, zda můžeme podle nutných podmínek určit, zda zadané stromy faktorizují kompletní graf K_{2n} nebo nikoliv.

Smyslem práce je porovnat sílu jednotlivých nutných podmínek, najít další stromy, které nefaktorizují příslušný kompletní graf a pro které neumíme rozhodnout ani s pomocí stávajících nutných podmínek. Na základě zkoumání těchto stromů navrhujeme několik hypotéz.

Klíčová slova: faktorizace, kompletní grafy, isomorfní stromy, přehled

Abstract

This bachelor thesis deals with factorization of complete graphs into the isomorphic trees.This is an overview of the necessary conditions and an overview of trees on $2n$ vertices, where $n = 2, 3, 4, 5, 6$, that do not factorize the complete graphs. Although the factorization is discipline of graph theory, which is solved over 50 years,complete classification of trees is not fully known.

The thesis is divide into two main parts. The first part is an overview of the nessery conditions of factorization, which are taken from articles by several authors [2], [3], [4], [6], [7], [9], [10] and [11]. In the second part is a list of trees, we solve, which necessary condition helps to determinate which trees do factorize or don't factorize complete graph K_{2n}.

The purpose of this thesis is to compare individual necessary conditions, to find more trees, that does not factorize and for which we can not decide even with existing necessary conditions. Based on the examination of these trees we suggest several hypotheses.

Keywords: factorization, complete graphs, isomorfic trees, an overview.

Seznam použitých zkratek a symbolů

$G = (V, E)$	graf G s množinou vrcholů V a hran E
K_n	kompletní graf na $n \geq 1$ vrcholech
C_n	cyklus na $n \geq 3$ vrcholech
P_n	cesta na $n \geq 1$ vrcholech
$K_{m,n}$	kompletní bipartitní graf na $m + n$ vrcholech
$deg(v)$	stupeň vrcholu
$B_{2n}(r)$	smeták s netriviální cestou na $2n - r - 1$ vrcholech, na jejíž koncový vrchol se připojuje na r listů
K_{2n}	kompletní graf na $n = 2, 3, 4, 5, 6$ vrcholech
L	lobster, tedy strom, z kterého odstraněním listů získáme housenku, z které odstraněním listů získáme cestu
T_i	označení jednotlivých stromů T

Obsah

Seznam obrázků

Úvod

Tato bakalářská práce se zabývá faktorizací kompletních grafů na isomorfní stromy. Jedná se o přehled nutných podmínek faktorizace a přehled stromů na $2n$ vrcholech, kde $n = 2, 3, 4, 5, 6$, které nefaktorizují příslušné kompletní grafy. Ačkoliv je faktorizace disciplína teorie grafů, která se šetří přes 50 let, úplná klasifikace stromů není zcela známa.

Práce je rozdělena do 8 kapitol. Smyslem práce je porovnat sílu jednotlivých nutných podmínek, najít další stromy, které nefaktorizují příslušný kompletní graf a pro které neumíme rozhodnout ani s pomocí stávajících nutných podmínek.

Cílem práce byl přehled nutných a dostatečných podmínek a jejich ověření pro stromy uvedené v práci. Jednalo se o využití teoretických výsledků. A pro stromy, pro které nebylo možno použít nutné a dostatečné podmínky, jsme použili DLX algoritmus. Jednalo se o strojové ověření hrubou silou, která ne vždy dala výsledek. Na základě výsledků, které jsme zíkali ověřením nutných a dostatečných podmínek nebo DLX algoritmu a na základě dalšího výzkumu, navrhujeme 5 hypotéz. Hypotéza 6.3 je nejslabší hypotéza. Hypotéza 6.1 je více silnější než hypotéza 6.3. Hypotézy 6.1 a 6.3 doporučujeme dokázat. Hypotéza 6.5 je nejsilnější. Pokud bychom chtěli nějakou hypotézu vyvrátit, doporučujeme vyvrátit právě hypotézu 6.5. Hypotézy 6.2 a 6.4 jsme na základě zkoumání vyloučili.

První kapitola se zaměřuje na definice a ustálené pojmy, které souvisí s teorií grafů a týkající se faktorizací.

Druhá kapitola je více zaměřena na faktorizaci.

Ve třetí kapitole je uveden přehled nutných a dostatečných podmínek, které pomohou rozhodnout nebo vyvrátit faktorizaci.

Ve čtvrté kapitole je přehled stromů, pro které zkoumáme nutné a dostatečné podmínky.

V páté kapitole je shrnutí výsledků čtvrté kapitoly v přehledných tabulkách.

V šesté kapitole pracujeme se stromy a výsledky čtvrté kapitoly a na základě zkoumání stromů a výsledků čtvrté kapitoly jsme vytvořili 5 hypotéz.

Sedmá kapitola je závěr a poslední kapitola uvádí použitou literaturu.

1 Úvod do grafů

Abych se mohl věnovat faktorizaci, nejprve musím připomenout ustálené definice a pojmy, které souvisí s teorií grafů a týkající se faktorizací. Graf je základní struktura teorie grafů, který do jisté míry zjednodušuje problémy.

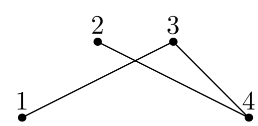
Za zakladatele teorie grafů se považuje Leonard Euler, který zavedl pojem graf pro tzv. problém sedmi mostů města Královce a vyřešil jej.

Úmluva: Při práci s čísly budeme rozumět vždy množinu přirozených čísel. Tato množina je tvořena prvky $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4 \ldots\}$.

Definice 1.1. ***Graf*** *nebo také* ***jednoduchý neorientovaný graf*** *je uspořádaná dvojice $G = (V, E)$, kde V je množina* ***vrcholů*** *a E je množina* ***hran****, což je dvouprvková podmnožina množiny V. Na množinu vrcholů známého grafu G odkazujeme jako na $V(G)$, na množinu hran $E(G)$.*

Označení vrcholů V vychází z anglického vertex (česky vrchol) a označení hran E je spojováno s anglickým slovem edge (česky hrana). Hrana mezi vrcholy u a v je dvojice vrcholů $\{u, v\}$, zkráceně uv. Vrcholy spojené hranou jsou sousední. Grafy se zadávají přímo obrázkem, lze je také zadat výčtem vrcholů a hran.

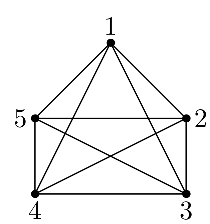
Příklad:



Obrázek 1: Jednoduchý neorientovaný graf

kde $V = \{1, 2, 3, 4\}$ a $E = \{\{1, 3\}, \{3, 4\}, \{2, 4\}\}$.

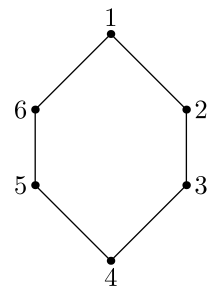
Definice 1.2. ***Kompletní graf*** *K_n na $n \geq 1$ vrcholech má n vrcholů a obsahuje všech $\binom{n}{2}$ hran.*



Obrázek 2: Kompletní graf K_5

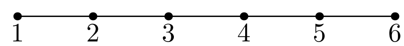
Definice 1.3. ***Cyklus*** *C_n má $n \geq 3$ vrcholů spojených do jednoho cyklu n hranami.*

Kružnice je podgraf isomorfní s cyklem.



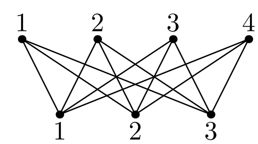
Obrázek 3: Cyklus C_6

Definice 1.4. ***Cesta*** *P_n délky $n-1$ má n vrcholů spojených za sebou $n-1$ hranami.*



Obrázek 4: Cesta P_6

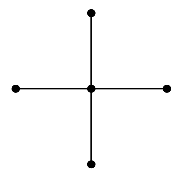
Definice 1.5. ***Kompletní bipartitní graf*** *na $m \geq 1$ a $n \geq 1$ vrcholech má $m+n$ vrcholů ve dvou partitách (skupinách), přičemž hran je celkem $m \cdot n$ z různých partit.*



Obrázek 5: Kompletní bipartitní graf $K_{4,3}$

Definice 1.6. ***Hvězda*** *$K_{1,n}$ je kompletní bipartitní graf $K_{1,n}$.*

Z definice hvězdy a z obrázku 6 je vidno, že hvězda je speciálním případem kompletního bipartitního grafu.



Obrázek 6: Hvězda $K_{1,4}$

Definice 1.7. ***Stupeň vrcholu*** *v v grafu G je počet hran vycházejících z v. Stupeň vrcholu značíme $deg(v)$.*

Slovo vycházející zde nenaznačuje žádný směr. Je zvykem říkat, že hrana vychází z obou svých konců zároveň. Vycházet znamená, že hrana vrchol obsahuje.

Věta 1.1. ***Princip sudosti:*** *Součet všech stupňů vrcholů v grafu je vždy sudý a je roven dvojnásobku počtu hran.*

Víme, že každá hrana je incidentní s právě dvěma vrcholy a přispívá jedničkou ke stupni dvou vrcholů. Proto je součet vrcholů sudý a je roven dvojnásobku počtu hran.

Definice 1.8. ***Isomorfismus*** *grafů G a H je bijektivní zobrazení $f : V(G) \to V(H)$, pro které platí, že každá dvojice vrcholů $u, v \in V(G)$ je spojená hranou uv v G právě tehdy, když je dvojice $f(u), f(v)$ spojená hranou $f(u)f(v)$ v H.*

Definice 1.9. ***Les*** *je jednoduchý graf bez cyklů.*

Definice 1.10. ***Souvislost***
Sledem délky n v grafu G rozumíme posloupnost vrcholů a hran $v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \ldots, e_n, v_n$, ve které vždy hrana e_i má koncové vrcholy v_{i-1}, v_i

Řekneme, že vrchol v je dosažitelný z vrcholu u v grafu G, jestliže v G existuje (u, v)-sled. Graf je souvislý, jestliže pro každou dvojici vrcholů $u, v \in V(G)$ existuje (u, v)-sled. V opačném případě je graf nesouvislý.

Definice 1.11. ***Strom*** *je jednoduchý souvislý graf bez cyklů.*

Označení stromu T je spojováno se slovem tree, což v překladu znamená právě strom.

Věta 1.2. *Mezi dvěma vrcholy u, v ve stromě T vede právě jedna cesta.*

Podle definice víme, že strom T je souvislý graf a proto vede mezi dvěma vrcholy u, v nějaká cesta. Pokud by existovaly dvě cesty mezi u, v, tak jejich sjednocení by bylo uzavřeným sledem v T, který by nám dal cyklus, což je v rozporu s definicí stromu.

Věta 1.3. *Triviální kompletní graf K_1 je také strom.*

Vrchol stupně 1 ve stromu s alespoň dvěma vrcholy se nazývá list.

Věta 1.4. *Strom s více než jedním vrcholem má alespoň jeden list.*

Definice 1.12. ***Podgraf*** *grafu G je libovolný graf H na podmnožině vrcholů $V(H) \subseteq V(G)$, který má za hrany libovolnou podmnožinu hran grafu G majících oba vrcholy ve $V(H)$.*

Definice 1.13. ***Faktor*** *je speciálním případem podgrafu, ve kterém jsou obsaženy všechny vrcholy z původního grafu.*

Definice 1.14. ***Kostra*** *grafu G je faktor grafu, který je stromem.*

Kompletní graf K_n má přesně n^{n-2} koster. Toto souvisí s faktorizací tak, že hledáme jenom několik faktorů z množiny n^{n-2} koster, které jsou hranově disjunktní, přičemž každá hrana rozkládaného kompletního grafu K_n je v právě jednom faktoru, a které složením dohromady dávají opět původní kompletní graf K_n.

Definice 1.15. *Mějme graf G a vrchol $v \in V(G)$. Excentricita vrcholu v je největší ze všech vzdáleností v od ostatních vrcholů v G. Excentricitu značíme ecc(v).*

Definice 1.16. *Největší excentricita v grafu G se nazývá průměr grafu nebo také diametr a značí se diam(G).*

Definice 1.17. ***Housenka*** *je strom, z kterého odstraněním listů získáme cestu.*

Definice 1.18. ***Lobster*** *je strom, z kterého odstraněním listů získáme housenku.* $(c|x, y, z)$-*lobster je lobster diametru 4, který má 4 nelistové vrcholy, kde c je centrální vrchol (má $c-3$ incidentních listů) a tři nelistové vrcholy stupně x, y, z.*

2 Faktorizace

Faktorizace a rozklady jsou relativně nová témata v rámci teorie grafů. V plné míře se rozvíjejí 50 let.

Hlavním cílem textu v následujících kapitolách je obecný postup hledání faktorizace, za jakých podmínek strom T faktorizuje kompletní graf G. Dále uvádím jistý přehled výsledků.

2.1 Faktorizace

Podstatou práce je faktorizace a také uvádím rozbor nutných podmínek faktorizace. V této sekci definuji faktory, uvádím, co je to faktorizace. K určení faktorizace nám také pomohou různá ohodnocení grafů, která mohou pomoci k určení faktorizace.

Definice 2.1. *Nechť H je graf na n vrcholech. Dekompozice grafu H je množina hran disjunktních podgrafů $G_1, G_2 \ldots, G_n$ grafu H takových, že každá hrana grafu H patří přesně do jednoho podgrafu G_r. Jestliže každý podgraf G_r je isomorfní s G, mluvíme o G-dekompozici. Jestliže G je souvislý faktor grafu H, pak G-dekompozici nazýváme G-faktorizací.*

Z předchozí definice tedy vyplývá, že faktorizace je rozklad grafu na faktory.

Definice 2.2. *G-dekompozice grafu H na $2n$ vrcholech na $G_1, G_2, \ldots, G_s$ faktorů je bicyklická, jestliže existuje pořadí vrcholů grafu H $(x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}, y_0, y_1, \ldots, y_{n-1})$ a isomorfismus $\phi_i : G_1 \to G_i$, kde $i = 1, 2, \ldots, s$ tak, že $\phi_i(x_i) := x_{j+i-1}$ a $\phi_i(y_i) := y_{j+i-1}$, pro každé $j = 0, 1, \ldots, n-1$, kde indexy se získají pomocí modulo n.*

Bicyklická faktorizace znamená, že existuje rozdělení množiny vrcholů G, $V(G)$ na množiny V_0,V_1 tak, že $|V_0| = |V_1|$ a všechny vrcholy z V_0 a V_1 rotují separátně za cyklické permutace řádu n. Tímto způsobem získáme všechny faktory $G_1, G_2, \ldots, G_n$ z G-faktorizace grafu H.

Jako nástroj pro nalezení faktorizace se používají také následující ohodnocení, tedy labelingy:

- ρ-symetric labeling
- blended ρ-labeling
- swapping labeling
- $2n$-cyclic labeling
- fixing labeling

Definice 2.3. *Nechť G je graf s $V(G) = V_0 \cup V_1, V_0 \cap V_1 = \emptyset$ a $|V_0| = |V_1| = r$. Nechť λ je injekce, $\lambda : V_i \to \{0_i, 1_i, \ldots, (r-1)_i\}$, $i = (0, 1)$. Čistá délka hrany vrcholů (x_i, y_i) s $x_i, y_i \in V_i$, kde $i \in \{0, 1\}$ pro $\lambda(x_i) = p_i$ a $\lambda(y_i) = q_i$, je definovaná*

$$l_{ii} = min\{|p-q|, r - |p-q|\}.$$

Mixovaná délka hrany $\{x_0, y_1\}$ *s* $x_0 \in V_0, y_1 \in V_1$ *pro* $\lambda(x_0) = p_0$ *a* $\lambda(y_1) = q_1$ *je definována*

$$l_{01} = q - p \ (mod\ r),$$

kde $p, q \in \{0, 1, \ldots, r-1\}$ *jsou označení vrcholů bez indexů.*

2.2 Práce Eldergillova

V roce 1997 už se podobnou tématikou zabýval ve své práci Peter Eldergill, [1]. V této kapitole je pouze nahlédnutí na problematiku, kterou řešil ve své práci.

Peter Eldergill se ve své práci zaměřuje spíše na dekompozici než na faktorizaci. Studuje dekompozici kompletních grafů se sudým počtem vrcholů. Ve své práci studuje cyklickou dekompozici kompletního grafu K_{2n} na n kopií stromu na $2n-1$ hranách s důrazem na symetrické stromy. Dále se zabývá dekompozicí kompletního grafu K_{2n} na $2n-1$ kopií grafu s n hranami, speciální důraz klade na ∞-graceful ohodnocení. V další kapitole se věnuje rozšiřování poznatků a grafů, které mají odd-graceful ohodnocení. V poslední názorně řeší faktorizaci kompletního grafu K_{10}.

V mé bakalářské práci dělám podrobnou klasifikaci nutných podmínek faktorizace a hledám grafy, které splňují nutné podmínky a přesto nefaktorizují odpovídající kompletní graf. Dále v naší práci používáme DLX algoritmus pro ověření faktorizace.

3 Nutné podmínky faktorizace

V této kapitole uvádíme přehled nutných a dostatečných podmínek, které pomohou k určení faktorizace. Uvedené podmínky jsou závislé například na stupňové posloupnosti nebo na struktuře stromů.

3.1 Maximální stupeň

Definice 3.1. *Stupeň vrcholu v je počet hran, se kterými je vrchol v incidentní, a značí se deg(v).*

Maximálním stupněm vrcholu $deg_G(v)$ pak označujeme ten stupeň vrcholu, jehož počet incidentních hran s daným vrcholem je největší.

Věta 3.1. *Jestliže strom T faktorizuje kompletní graf K_m, tak m je sudé.*

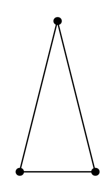
Nechť strom T je kostra grafu K_m. Strom T je strom s m vrcholy a s $s = m - 1$ hran, pak $|E(K_m)| = \binom{m}{2} = \frac{1}{2}(m)(m-1)$. Dále víme, že platí rovnost $\frac{1}{2}(m)(m-1) = K(m-1)$, kde K je počet faktorů. Z této rovnosti po vykrácení dostaneme $\frac{m}{2} = K$. Proto m je sudé.

Věta 3.2. *Jestliže strom T faktorizuje graf K_{2n}, tak $\Delta(T) \leq n$.*

Tato věta byla dokázána například v textu [7].

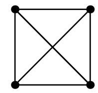
3.2 Součet stupňů

Podle Věty 1.1 musí být součet stupňů vrcholů vždy sudý. Což můžeme vidět na následujících příkladech:



Obrázek 7: Graf K_3

Na obrázku 7 vidíme kompletní graf na třech vrcholech K_3. Graf K_3 má tři hrany a dle principu sudosti součet stupňů je $2 \cdot 3 = 6$.



Obrázek 8: Graf K_4

Na obrázku 8 vidíme kompletní graf na 4 vrcholech K_4. Graf K_4 má šest hran a dle principu sudosti součet stupňů je $2 \cdot 6 = 12$.

Věty 3.3 až 3.7 jsou dokázány v textu [7]. Tyto věty udávají nutné podmínky faktorizace založené na zkoumané stupňové posloupnosti.

Věta 3.3. *Nechť K_{2n} má T-faktorizaci a nechť $D = (d_1, d_2, \ldots, d_{2n})$ je stupňová posloupnost grafu T. Pak existuje matice s n řádky a $2n$ sloupci taková, že každý řádek obsahuje stupňovou posloupnost D a součet každého sloupce je $2n - 1$.*

Určovat podle Věty 3.3, zda strom faktorizuje příslušný kompletní graf, je velmi složité, protože by se muselo probrat $(2n!)^{2n-1}$ možností.

Věta 3.4. *Pro $n \geq 2$: Nechť $T_1, T_2, \ldots, T_n$ jsou faktory grafu K_{2n} a nechť $D = (d_1, d_2, \ldots, d_n)$ je stupňová posloupnost grafu T. Pro každé $d \in D$ existuje multimnožina M $n-1$ prvků z D tak, že $d + \sum_{m \in M} m = 2n - 1$.*

Pro každý strom T musí platit, že existuje bohatý vrchol d a dalších $n-1$ vrcholů nějakého stupně takových, že společně v součtu dají výsledek $2n - 1$.

Věta 3.5. *Nechť T je strom na $2n$ vrcholech. Jestliže n je sudé a T má všechny vrcholy lichého stupně, pak T nefaktorizuje graf K_{2n}.*

Podmínka z Věty 3.5 je patrná u některých stromů na první pohled. Stačí se podívat na počet vrcholů a na stupně jednotlivých vrcholů.

Věta 3.6. *Nechť $T_1, T_2, \ldots, T_n$ jsou faktory grafu K_{2n}. Jestliže jsou ve stromu T více než dva vrcholy stupně nejméně r, kde $r > \frac{n+1}{2}$, pak T nefaktorizuje graf K_{2n}.*

Podmínka ve Větě 3.6 říká, že ve stromu T nesmí být více než dva vrcholy bohatého stupně. Je-li tomu tak, strom T potom nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Věta 3.7. *Nechť k je počet vrcholů stupně nejméně r ve stromu T. Jestliže $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, pak neexistuje žádná T-faktorizace grafu K_{2n}.*

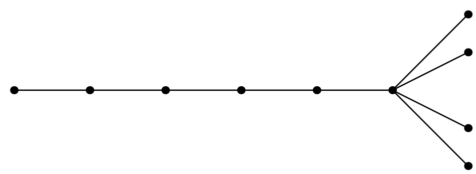
Podmínka z Věty 3.7 říká, že by nemělo být ve stromu T mnoho vrcholů příliš velkého stupně. Pokud by bylo, nemohla by existovat T-faktorizace.

3.3 Smetáky

V této kapitole uvádíme přehled nutných a dostatečných podmínek, které pomohou určit nebo vyvrátit faktorizaci kompletního grafu K_{2n} pro stromy ve tvaru smetáku.

Smeták $B_{2n}(r)$ je graf, který se skládá z netriviální cesty na $2n - r - 1$ vrcholech, jejíž koncový vrchol se připojuje na centrální vrchol hvězdy $S_r \simeq K_{1,r}$. Centrální vrchol hvězdy se nazývá centrum hvězdy, listy hvězdy se nazývají štětiny.

Na obrázku 9 je vidět smeták s 5 vrcholy násady, centrální vrchol a 4 štětiny.



Obrázek 9: Smeták $B_6(4)$

Věty a lemata z této sekce byla dokázána v textu [10].

Lemma 3.1. *Nechť $B_{2n}(r)$ je smeták a nechť stromy $T_1, T_2, \ldots, T_n$ jsou faktory $B_{2n}(r)$-faktorizace K_{2n}. Jestliže $r > \frac{n-1}{2}$, pak každý vrchol kopletního grafu K_{2n} může být centrální vrchol v maximálně jednom faktoru T_i.*

Lemma 3.2. *Smeták $B_{2n}(r)$ nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, jestliže $r > \frac{n+1}{2}$.*

Pokud je centrální vrchol příliš bohatého stupně, tedy pokud má příliš mnoho listů, pak smeták $B_{2n}(r)$ nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Lemma 3.3. *Nechť $n \geqq 3$ je liché. Pak smeták $B_{2n}(r)$ faktorizuje kompletní graf K_{2n} právě tehdy, když $r \leq \frac{n+1}{2}$ a $B_{2n}(r)$ není isomorfní se smetákem $B_6(2)$.*

Je dokázáno, že smeták $B_6(2)$ nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}. Pokud $n \geqq 3$ liché, pak by počet listů centrálního vrcholu neměl být méně než $r \leq \frac{n+1}{2}$. Potom smeták $B_{2n}(r)$ faktorizuje.

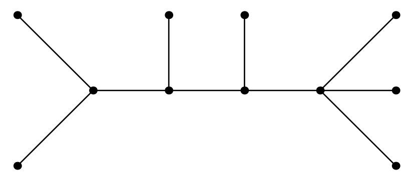
Věta 3.8. *Nechť $n \geqq 2$ sudé. Pak smeták $B_{2n}(r)$ faktorizuje K_{2n} tehdy a jen tehdy, jestliže $r \leqq \frac{n}{2}$.*

Věta 3.9. *Smeták $B_{2n}(r)$ faktorizuje kompletní graf K_{2n} právě tehdy, když $r \leq \frac{n+1}{2}$ a $B_{2n}(r)$ není isomorfní s $B_6(2)$*

3.4 Housenky diametru 4 a 5

Tato kapitola je zaměřena na nutné a dostatečné podmínky pro housenky, resp. pro speciální typy housenek diametru 4 a 5.

Definice 3.2. *Housenka je strom, ve kterém jsou všechny listy připojeny k vrcholu cesty, obsahující nejméně 1 vrchol.*



Obrázek 10: Housenka (3,3,3,4)

Definice 3.3. *Housenka diametru 4 se skládá ze 3 vrcholů A, a, B a 2 hran Aa, aB. $[t_1, t_2, t_3]$-housenkou, kde $t_1 \geq t_2 \geq t_3 \geq 2$, rozumíme libovolnou $[t_j, t_k, t_l]$-housenku, kde $\{j, k, l\} = \{1, 2, 3\}$.*

Věta 3.10. *$[t_1, t_2, t_3]$-housenka s diametrem 4 faktorizuje právě tehdy, když $t_1 = n \geq 4$ a není to $(n, 2, n-1)$-housenka.*

Věta 3.10 byla dokázána v [2].

Věta 3.11. *$[t_1, t_2, t_3, t_4]$-housenka řádu $2n, n > 3$ a diametru 5 faktorizuje kompletní graf K_{2n} právě tehdy, když $t_1 = n$ a $t_2 + t_3 + t_4 = n + 2$ nebo $t_1 + t_4 = t_2 + t_3 = n + 1$ a zároveň není to housenka typu $(n, 2, n-m, m)$-housenka, kde $2 \leq m \leq n-2$.*

Věta 3.11 byla dokázána v [2].

Výše zmíněné věty byly použity při klasifikaci housenek diametru 4 a 5.

Nechť N je graf získaný z cesty P_4 s vrcholy y_0, x_0, x_1, y_1 a s hranami y_0x_0, x_0x_1, x_1y_1 nafouknutím vnitřních vrcholů x_0, x_1 z grafu K_n a koncových vrcholů z grafu $\overline{K_m} = mK_1$. Hrana x_0x_1 z cesty P_4 je nahrazena hranou z $K_{n,n}$ a hrany y_0x_0, x_1y_1 z cesty P_4 jsou nahrazeny hranami z grafů $K_{m,n}$ a $K_{n,m}$. Množina vrcholů grafu N je $V(N) = Y_0 \cup X_0 \cup X_1 \cup Y_1$, kde $|X_0| = |X_1| = n$ a $|Y_0| = |Y_1| = m$, $|V(N)| = 2n + 2m$.

Obdobně Z je graf získaný z cesty P_4' s vrcholy x_0, y_1, y_0, x_1 a hranami x_0y_1, y_1y_0, y_0x_1 nafouknutím vnitřních vrcholů y_0, y_1 z cesty P_4' z K_m a koncových vrcholů x_0, x_1 z grafu $\overline{K_m} = mK_1$. Hrana y_1y0 z cesty P_4' je nahrazena hranou z grafu Kn, n a hrany x_0y_1, y_0x_1 z cesty P_4' jsou nahrazeny hranami z grafu $K_{n,m}$ a $K_{m,n}$. Množina vrcholů grafu Z je stejná jako množina vrcholů N, $V(Z) = V(N)$.
Index Grafy N a Z tvoří rozklad grafu K_{2n+2m}.

Věta 3.12. *Jestliže graf G faktorizuje graf N a zároveň Z, pak G rozkládá kompletní graf K_{2n+2m}.*

3.5 Lobsters

Následující věty byly dokázány v článku [7].

Věta 3.13. *Nechť T je strom s právě čtyřmi nelistovými vrcholy v_1, v_2, v_3, v_4, pro které platí $deg(v_1) \geq deg(v_2) \geq deg(v_3) \geq deg(v_4) \geq 2$. Jestliže strom T faktorizuje kompletní graf K_{2n}, pak*

1. *buď $deg(v_1) = n$ a $deg(v_2) + deg(v_3) + deg(v_4) = n + 2$,*
2. *nebo $deg(v_1) + deg(v_4) = deg(v_2) + deg(v_3) = n + 1$.*

Věta 3.14. *Lobster $L = (3|n, n-k-2, k+1)$ nefaktorizuje pro jakékoliv možné k a n.*

3.6 Další podmínky

Následující věty udávají nutné podmínky T-faktorizace závislé na struktuře stromu. Tyto věty byly dokázány v textu [7].

Věta 3.15. *Nechť T je strom na $2n$ vrcholech s vrcholem v stupně n. Jestliže existuje T-faktorizace kompletního grafu K_{2n}, pak vrchol v musí být incidentní s nejméně $\frac{n-1}{2}$ listy.*

Věta 3.16. *Nechť T je strom na $2n$ vrcholech s vrcholem v stupně n. Jestliže existuje T-faktorizace kompletního grafu K_{2n}, pak v grafu musí být maximálně $\frac{n-1}{2}$ nelistových vrcholů různých od v, které nejsou s vrcholem v incidentní.*

Věta 3.17. *Nechť T je strom na $2n$ vrcholech s bohatým vrcholem v. Nechť R obsahuje všechny hrany mezi vrcholem v a připojenými listy. Nechť s je maximální počet hran $E(T) \setminus R$, které se objeví v každém faktoru $T_i = \Phi_i(T)$ mezi vrcholy v množině $F(v)$ obrazů vrcholu v. Jestliže existuje T-faktorizace kompletního grafu K_{2n}, pak musí existovat nejméně $\frac{n-2s-1}{2}$ listů připojených k vrcholu v.*

Věta 3.18. *Nechť T je strom na $2n$ vrcholech s jediným bohatým vrcholem v. Nechť s je maximální počet listů, které se mohou zobrazit v každém faktoru do vrcholů jiných než z množiny $F(v)$ obrazů vrcholu v. Jestliže existuje T-faktorizace kompletního grafu K_{2n}, pak musí existovat nejvýše $\frac{n+2s-1}{2}$ listů připojených k vrcholu v.*

4 Přehled stromů

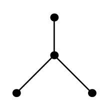
V této kapitole uvádíme přehled nefaktorizujících stromů na $4, 6, 8, 10$ vrcholech a stromů 12 vrcholech, které faktorizují kompletní graf K_{2n}, nefaktorizují kompletní graf K_{2n} a u kterých o faktorizaci nevíme nic. U většiny stromů jsme nevěděli, zda faktorizují kompletní graf K_{2n}. Proto bylo zapotřebí zjistit o těchto stromech, zda faktorizují kompletní graf K_{2n} či nikoliv. Ke zjištění, zda konkrétní strom faktorizuje kompletní graf K_{2n} či nikoliv, jsme používali nutné a dostatečné podmínky. Pokud ani ty nepomohly, pak jsme použili DLX algoritmus.

4.1 Nefaktory na 4 vrcholech

Nefaktor je takový strom G kompletního grafu K_{2n}, pro který neexistuje G-faktorizace.

V této kapitole uvádíme přehled stromů na 4 vrcholech. K určení, zda zadané stromy faktorizují kompletní graf K_{2n} či nikoliv, postačily nutné a dostatečné podmínky.

Pro strom probereme více podmínek, ačkoli můžeme určit už podle druhé podmínky, zda strom faktorizuje kompletní graf K_{2n} či nikoliv. Cílem práce bude porovnání síly jednotlivých podmínek v přehledných tabulkách.

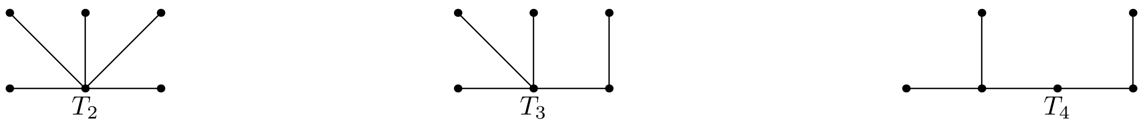


Obrázek 11: Strom T_1 nefaktorizující K_4

Podle Věty 3.1 nemůžeme určit, zda strom T_1 faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $2n = 4$ je sudé. Stupňová posloupnost stromu T_1 na Obrázku 11 je $(3, 1, 1, 1)$. Pro strom T_1 víme, že $\Delta(T_1) = 3 > n = 2$. Proto podle Věty 3.2 strom T_1 nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.4 má k číslu 3 má existovat číslo x takové, že $3 + x = 3$. Ale takové číslo ve stupňové posloupnosti nenajdeme. Všechny vrcholy jsou lichého stupně, tj. podle Věty 3.5 strom T_1 nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_1 má pouze jeden vrchol bohatého stupně, proto podle Věty 3.6 nenajdeme hodnotu r takovou, aby byly více než dva vrcholy stupně $r > \frac{n+1}{2}$. Podle Věty 3.6 neumíme rozhodnout, zda strom T_1 faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Dále také pro strom T_1 nenalezneme hodnoty r a k tak, aby podle Věty 3.7 platilo $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$. Podle Věty 3.9 strom T_1 také nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $r = 2 \nleq \frac{3}{2} = \frac{n+1}{2}$. Podle podmínky z Věty 3.15 o stromě T_1 nelze rozhodnout, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože bohatý vrchol v není stupně n. Podle Věty 3.16 o stromě T_1 nelze rozhodnout, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože má jen jeden nelistový vrchol a tím je vrchol v, který zároveň není stupně n.

4.2 Nefaktory na 6 vrcholech

V této kapitole uvádíme přehled nefaktorizujících stromů na 6 vrcholech. K určení, zda zadané stromy faktorizují kompletní graf K_{2n} či nikoliv, postačily nutné a dostatečné podmínky. U stromů je probráno více podmínek. Cílem práce bude porovnání síly jednotlivých podmínek v přehledných tabulkách.



Obrázek 12: Stromy T_2, T_3 a T_4

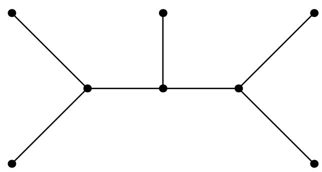
Podle Věty 3.1 nemůžeme určit, zda strom T_2 faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $2n = 6$ je sudé. Pro strom T_2 víme, že $\Delta(T_2) = 5 > n = 3$. Proto podle Věty 3.2 strom T_2 nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}. Stupňová posloupnost stromu T_2 je $D = (5, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle podmínky ve Větě 3.4 má existovat takový součet čísel ze stupňové posloupnosti, aby $5 + x + y = 5$. Taková čísla x a y ve stupňové posloupnosti stromu T_2 nenajdeme. Podle podmínky ve Větě 3.5 strom T_2 nelze rozhodnout, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $n = 3$ je liché. Ve stupňové posloupnosti stromu T_2 podle Věty 3.6 nenajdeme hodnotu r takovou, aby byly více než dva vrcholy stupně $r > \frac{n+1}{2}$. Proto podle Věty 3.6 nemůžeme rozhodnout, zda strom T_2 faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Dále strom T_2 vyhovuje podmínkám Věty 3.7, protože hodnoty r a k mají splňovat následující nerovnost $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, kde k je počet vrcholů stupně r. Tedy $\lceil \frac{1}{2} \rceil > \frac{3-1}{5-1}$ proto $1 > \frac{1}{2}$. Tedy podle Věty 3.7 strom T_2 nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_2 je speciální případ smetáku. Podle věty 3.9 o stromě T_2 můžeme říci, že nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $r = 5 \nleq 2 = \frac{4}{2} = \frac{n+1}{2}$. Podle podmínky z Věty 3.15 o stromě T_2 nelze rozhodnout, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože bohatý vrchol v není stupně n. Podle Věty 3.16 o stromě T_2 nelze rozhodnout, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože má jen jeden nelistový vrchol a tím je vrchol v, který zároveň není stupně n.

Podle Věty 3.2 nedokážeme určit, zda strom T_3 faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $2n = 6$ je sudé. Pro strom T_3 víme, že $\Delta(T_3) = 4 > n = 3$. Proto podle Věty 3.2 strom T_3 nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}. Stupňová posloupnost stromu T_3 je $D = (4, 2, 1, 1, 1, 1)$. Podle podmínky ve Větě 3.4 má existovat součet čísel ze stupňové posloupnosti tak, že $4+x+y = 5$, ale taková dvě kladná čísla x a y ve stupňové posloupnosti grafu T_3 nenajdeme. O stromě T_3 podle Věty 3.5 nemůžeme rozhodnout, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $2n = 6$ je sudé a $n = 3$ je liché. Ve stupňové posloupnosti stromu T_3 podle podmínky z Věty 3.6 nenajdeme hodnotu r takovou, aby byly více než dva vrcholy stupně $r > \frac{n+1}{2}$. Proto podle Věty 3.6 nemůžeme rozhodnout, zda graf T_3 faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Ve stupňové posloupnosti stromu T_3 podle podmínky z Věty 3.7 nenajdeme hodnoty r, k takové, aby byly více než dva vrcholy bohatého stupně. Proto podle Věty 3.7 nemůžeme rozhodnout, zda strom T_3 faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_3 podle Věty 3.9 nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $3 \nleq \frac{4}{2}$. Podle podmínky z Věty 3.15 o stromě T_3 nelze rozhodnout, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože bohatý vrchol v není stupně n. Podle Věty 3.16 o stromě T_3 nelze rozhodnout, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože bohatý vrchol v není stupně n.

Podle Věty 3.1 nedokážeme pro strom T_4 určit, zda strom T_4 faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $2n = 6$ je sudé. Pro strom T_4 víme, že $\Delta(T_4) = 3$. Proto podle Věty 3.2 nedokážeme určit, zda strom T_4 faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Stupňová posloupnost stromu T_4 je $D = (3, 2, 2, 1, 1, 1)$. Podle podmínky ve Větě 3.4 má existovat součet čísel ze stupňové posloupnosti tak, že $3 + x + y = 5$, taková čísla x a y ve stupňové posloupnosti stromu T_4 můžeme najít, například $3 + 1 + 1 = 5$. Proto podle Věty 3.4 nedokážeme určit, zda strom T_4 faktorizuje kompletní graf K_{2n}. O stromě T_3 podle Věty 3.5 nelze určit, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $2n = 6$ je sudé a $n = 3$ je liché. Ve stupňové posloupnosti stromu T_4 podle Věty 3.6 nenajdeme hodnotu r takovou, aby byly více než dva vrcholy stupně $r > \frac{n+1}{2}$. Proto podle Věty 3.6 nemůžeme rozhodnout, zda strok T_3 faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Ve stupňové posloupnosti stromu T_4 podle podmínky z Věty 3.7 nenajdeme hodnoty r, k takové, aby byly více než dva vrcholy bohatého stupně. Proto podle Věty 3.7 nemůžeme rozhodnout, zda strom T_3 faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_4 je speciální případ smetáku. Smeták T_4 podle Věty 3.9 nefaktorizuje kompletní graf K_6, protože se jedná o $B_6(2)$. Podle podmínky z Věty 3.15 nemůžeme říci, zda strom T_4 faktorizuje K_{2n}, protože bohatý vrchol v je incidentní s 2 listy. Strom T_4 splňuje podmínku z Věty 3.16, má jen jeden nelistový vrchol, který není incidentní s bohatým vrcholem v.

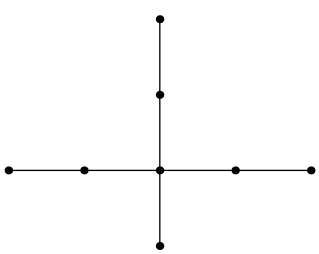
4.3 Nefaktory na 8 vrcholech

V této kapitole uvádíme přehled nefaktorizujících stromů na 8 vrcholech. K určení, zda zadané stromy faktorizují kompletní graf K_{2n} či nikoliv, postačily nutné a dostatečné podmínky. Pro stromy probíráme více podmínek. Cílem práce bude porovnání síly jednotlivých podmínek v přehledných tabulkách.

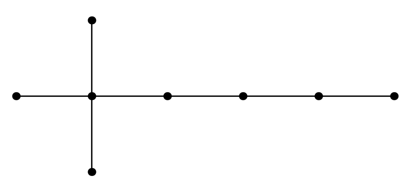


Obrázek 13: Strom T_5

Podle Věty 3.1 nedokážeme pro strom T_5 na obrázku 13 určit, zda strom T_5 faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $2n = 8$ je sudé. Dále pro strom T_5 víme, že $\Delta(T_5) = 3 < n$. Proto podle Věty 3.2 nedokážeme určit, zda strom T_5 faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Stupňová posloupnost stromu T_5 je $(3, 3, 3, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podmínka ve Větě 3.4 není splněna, neboť není možné najít taková kladná čísla x, y, z, že součet $3+x+y+z = 7$. Buď je $3+1+1+1 = 6 < 7$ nebo $3+3+1+1 = 8 > 7$. Podle Věty 3.5 strom T_5 nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, neboť n je sudé a všechny stupně jsou liché. Strom T_5 podle Věty 3.6 nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože má 3 vrcholy stupně 3. Pro strom T_5 podle Věty 3.7 platí, že neexistuje žádná faktorizace stromu T_5, neboť $\lceil \frac{k}{2} \rceil = \lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{3}{2} = \frac{n-1}{r-1}$. Věta 3.9 pro strom T_5 nelze použít, protože se nejedná o smeták. Podle podmínky z Věty 3.15 o stromě T_5 nelze říci, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože bohatý vrchol v není stupně n. Podle Vět 3.16 a 3.18 o stromě T_5 nelze říci, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože má 3 vrcholy stejného stupně, přičemž nejsou stupně n.



T_6



T_7

Obrázek 14: Stromy T_6 a T_7

Podle podmínky z Věty 3.1 nedokážeme pro strom T_6 na obrázku 14 určit, zda strom T_6 faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $2n = 8$ je sudé. Pro strom T_6 víme, že $\Delta(T_6) = 4 = n$. Proto podle Věty 3.2 nedokážeme určit, zda strom T_6 faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_6 je $(4,2,2,2,1,1,1,1)$. Pro podmínku z Věty 3.4 platí, že najdeme taková kladná čísla w,x,y,z ze stupňové posloupnosti stromu T_6, která splňují rovnost $w+x+y+z=4+1+1+1=2+2+2+1=7$. Proto ani podle Věty 3.4 nedokážeme určit, zda strom T_6 faktorizuje příslušný kompletní graf K_{2n}. Pro strom T_6 platí, že ve stupňové posloupnosti stromu T_6 se nachází alespoň jeden vrchol sudého stupně, tedy podle Věty 3.5 nedokážeme určit, zda strom T_6 faktorizuje příslušný kompletní graf K_{2n}. Ve stromě T_6 se nachází jen jeden vrchol bohatého stupně, proto podle Vět 3.6 a 3.7 nedokážeme určit, zda strom T_6 faktorizuje příslušný kompletní graf K_{2n}. Větu 3.9 pro strom T_6 nelze použít, protože se nejedná o smeták. Podle podmínky z Věty 3.15 strom T_6 nefaktorizuje příslušný kompletní graf K_{2n}, protože bohatý vrchol v je incidentní jen s jedním vrcholem, ale měl by být incidentní s nejméně $\frac{n-1}{2}=\frac{4-1}{2}=\frac{3}{2}$ Podle Věty 3.16 strom T_6 nefaktorizuje příslušný kompletní graf K_{2n}, protože všechny nelistové vrcholy různé od v jsou s v incidentní.

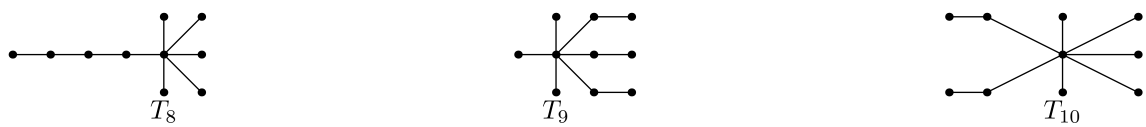
Podle podmínky z Věty 3.1 nedokážeme pro strom T_7 na obrázku 14 určit, zda strom T_7 faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $2n=8$ je sudé. Pro strom T_7 víme, že $\Delta(T_7)=4=n$. Proto podle Věty 3.2 nedokážeme určit, zda strom T_7 faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Stupňová posloupnost strom T_7 je $(4,2,2,2,1,1,1,1)$. Podle podmínky z Věty 3.4 ve stupňové posloupnosti stromu T_7 můžeme najít taková kladná čísla w,x,y,z, pro které platí vztah $w+x+y+z=4+1+1+1=2+2+2+1=7$. Proto ani podle Věty 3.4 a nedokážeme určit, zda strom T_7 faktorizuje příslušný kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.5 nedokážeme určit, zda strom T_7 faktorizuje příslušný kompletní graf K_{2n}, protože existuje v stromu T_7 alespoň 1 vrchol sudého stupně. Ve stupňové posloupnosti stromu T_7 se nachází jen jeden vrchol bohatého stupně, proto podle Vět 3.6 ani 3.7 nedokážeme určit, zda strom T_7 faktorizuje příslušný kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.9 strom T_7 nefaktorizuje příslušný kompletní graf K_{2n}, protože $r=3\nleq 2=\frac{5}{2}=\frac{n+1}{2}$. Podle podmínky z Věty 3.15 nemůžeme určit, zda strom T_7 faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože bohatý vrchol v je incidentní s 3 listy. Podle Věty 3.16 nedokážeme rozhodnout, zda strom T_7 faktorizuje kompletní graf K_{2n} nebo nikoliv, protože počet nelistových vrcholů, které nejsou incidentní s bohatým vrcholem v, má existovat maximálně $\frac{n-1}{2}=\frac{4-1}{2}=\frac{3}{2}$, což je splněno.

4.4 Nefaktory na 10 vrcholech se stupněm větším než n

V této kapitole uvádíme přehled stromů na 10 vrcholech s maximálním stupněm větším než n. K určení, zda zadané stromy faktorizují kompletní graf K_{2n} či nikoliv, postačily nutné a dostatečné podmínky. Byly ověřeny všechny podmínky, i když by stačila jen podmínka z Věty 3.2. Cílem práce bude porovnání síly jednotlivých podmínek v přehledných tabulkách.

Podle podmínky z Věty 3.1 nedokážeme pro následující stromy určit, zda tyto stromy faktorizují kompletní graf K_{2n}, protože $2n = 10$. Pro následující stromy víme, že $n = 5$ a $\Delta(T) \geq 5$. Proto podle Věty 3.2 nefaktorizují kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.4 nefaktorizují kompletní graf K_{2n}, protože maximální stupeň vrcholů je vždy více než pět a nenajdeme taková čísla v, w, x, y, z ze stupňové posloupnosti, že součet těchto pěti čísel by byl rovnen $2n - 1$.

Větu 3.5 nelze použít, protože $n = 5$ je liché. Podle Vět 3.6 a 3.7 nedokážeme určit, zda následující stromy faktorizují kompletní graf K_{2n}, protože ve stromech je vždy jeden vrchol bohatého stupně kromě stromů T_{14} až T_{17}, pro které jsme podmínky z vět 3.6 a 3.7 zkoumaly. Podle podmínky z Vět 3.15 a 3.16 všechny uvedené stromy nefaktorizují kompletní graf K_{2n}, protože bohatý vrchol jednotlivých stromů má stupeň $> n$. Podmínku z Věty 3.9 řeším u jednotlivých stromů podrobněji.

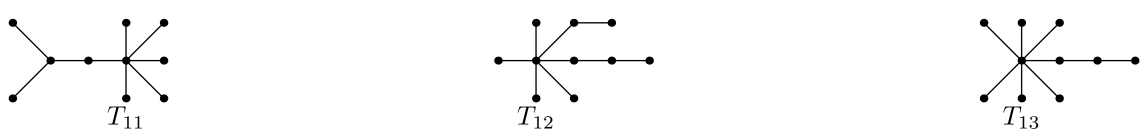


Obrázek 15: Stromy T_8, T_9 a T_{10}

Stupňová posloupnost stromu T_8 je $(6, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle Věty 3.9 strom T_8 nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $r = 5 \nleq \frac{6}{2}$.

Stupňová posloupnost stromu T_9 je $(6, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle Věty 3.9 nemůžeme určit, zda strom T_9 faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o smeták.

Stupňová posloupnost stromu T_{10} je $(7, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle Věty 3.9 nemůžeme určit, zda strom T_{10} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o smeták.

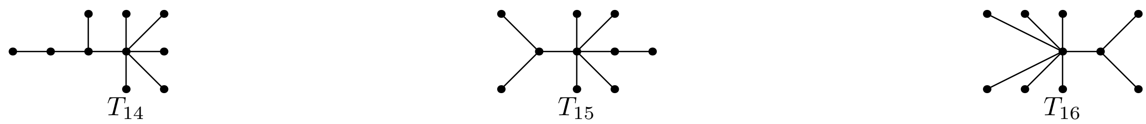


Obrázek 16: Stromy T_{11}, T_{12} a T_{13}

Stupňová posloupnost stromu T_{11} je $(6, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle Věty 3.9 nemůžeme určit, zda strom T_{11} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o smeták.

Stupňová posloupnost stromu T_{12} je $(6, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle Věty 3.9 nemůžeme určit, zda strom T_{12} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o smeták.

Stupňová posloupnost stromu T_{13} je $(7, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle Věty 3.9 strom T_{13} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $r = 6 \nleq \frac{6}{2}$.



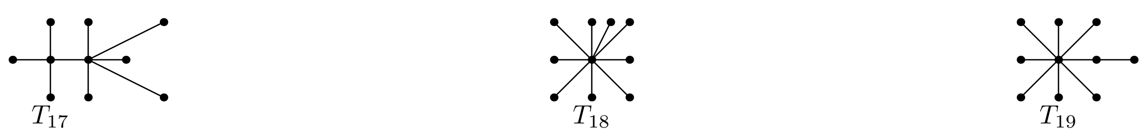
Obrázek 17: Stromy T_{14}, T_{15} a T_{16}

Stupňová posloupnost stromu T_{14} je $(6, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle podmínky z Věty 3.6 nemůžeme určit, zda strom T_{14} faktorizuje kompletní graf K_{12}, protože $3 < \frac{7}{2}$, a podle podmínky z Věty 3.7 nemůžeme rozhodnout, zda strom T_{14} faktorizuje kompletní graf K_{12}, protože $1 < 2$. Podle Věty 3.9 nemůžeme určit, zda strom T_{14} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o smeták.

Stupňová posloupnost stromu T_{15} je $(6, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle podmínky z Věty 3.6 nemůžeme určit, zda strom T_{15} faktorizuje kompletní graf K_{12}, protože $3 < \frac{7}{2}$, a podle podmínky z Věty 3.7 nemůžeme rozhodnout, zda strom T_{15} faktorizuje kompletní graf K_{12}, protože $1 < 2$. Podle Věty 3.9 nemůžeme určit, zda strom T_{15} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o smeták.

Stupňová posloupnost stromu T_{16} je $(7, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle podmínky z Věty 3.6 nemůžeme určit, zda strom T_{16} faktorizuje kompletní graf K_{12}, protože $3 < \frac{7}{2}$, a podle podmínky z Věty 3.7 nemůžeme rozhodnout, zda strom T_{16} faktorizuje kompletní graf K_{12}, protože $1 < 2$. Podle Věty 3.9 nemůžeme určit, zda strom T_{16} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o smeták.

Stupňová posloupnost stromu T_{17} je $(6, 4, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle podmínky z Věty 3.6



Obrázek 18: Stromy T_{17}, T_{18} a T_{19}

nemůžeme určit, zda strom T_{17} faktorizuje kompletní graf K_{12}, protože $3 < \frac{7}{2}$, a podle podmínky z Věty 3.7 nemůžeme rozhodnout, zda strom T_{17} faktorizuje kompletní graf K_{12}, protože $1 < 2$. Podle Věty 3.9 nemůžeme určit, zda strom T_{17} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o smeták.

Stupňová posloupnost stromu T_{18} je $(9, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle Věty 3.9 nemůžeme určit, zda strom T_{18} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o smeták.

Stupňová posloupnost stromu T_{19} je $(8, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle Věty 3.9 strom T_{19} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $r = 7 \nleq \frac{6}{2}$.

4.5 Nefaktory na 10 vrcholech stupně $\leq n$

V této kapitole uvádíme přehled stromů na 10 vrcholech s maximálním stupněm $\leq n$. K určení, zda zadané stromy faktorizují kompletní graf K_{2n} či nikoliv, postačily nutné a dostatečné podmínky. Byly ověřeny všechny podmínky, i když by stačila třeba jen jedna. Cílem práce bude porovnání síly jednotlivých podmínek v přehledných tabulkách.

Podle podmínky z Věty 3.1 nedokážeme pro následující stromy určit, zda tyto stromy faktorizují kompletní graf K_{2n}, protože $2n = 10$. Pro následující stromy víme, že $\Delta(T_i) = 5 \leq n$. Proto podle Věty 3.2 nedokážeme určit, zda tyto stromy faktorizují příslušný kompletní graf K_{2n}. Větu 3.5 nelze použít, protože $n = 5$ je liché. Další věty řeším u jednotlivých stromů konkrétně.

Stupňová posloupnost stromu T_{20} je $(5,2,2,2,2,1,1,1,1,1)$. Podle Věty 3.4 najdeme ta-

Obrázek 19: Stromy T_{20} a T_{21}

ková čísla v, w, x, y, z, aby součet $v+w+x+y+z = 5+1+1+1+1 = 2+2+2+2+1 = 9$. Proto podle Věty 3.4 neumíme rozhodnout o faktorizaci kompletního grafu K_{2n}. Podle Věty 3.6 nedokážeme určit, zda strom T_{20} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $3 = \frac{6}{2}$. Podle Věty 3.7 nedokážeme určit, zda strom T_{20} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $1 < 2$. Podle Vět 3.6 a 3.7 nemůžeme určit, zda strom T_{20} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože strom T_{20} obsahuje jen jeden vrchol bohatého stupně. Podle Věty 3.9 strom T_{20} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $r = 4 \nleq \frac{6}{2}$. Podle Věty 3.15 nemůžeme říci, zda strom T_{20} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože bohatý vrchol v je podle podmínky incidentní s více než $\frac{n-1}{2} = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ listy.

Stupňová posloupnost stromu T_{21} je $(5,3,2,2,1,1,1,1,1,1)$. Podle Věty 3.4 najdeme taková čísla v, w, x, y, z, aby součet $v+w+x+y+z = 5+1+1+1+1 = 3+2+2+1+1 = 9$. Proto podle Věty 3.4 neumíme rozhodnout o faktorizaci kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.6 nedokážeme určit, zda strom T_{21} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $3 = \frac{6}{2}$. Podle Věty 3.7 nedokážeme určit, zda strom T_{21} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $1 < 2$. Větu 3.9 strom T_{21} nemůžeme použít, protože se nejedná o smeták. Podle Věty 3.11 strom T_{21} nefaktorizuje, protože se jedná o housenku typu $(n, 2, n-m, m)$. Podle Věty 3.15 nemůžeme říci, zda strom T_{21} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože bohatý vrchol v je podle podmínky incidentní s více než $\frac{n-1}{2} = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ listy.

Obrázek 20: Stromy T_{22} a T_{23}

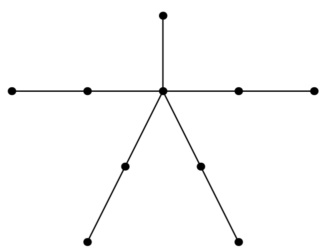
Stupňová posloupnost stromu T_{22} je $(5, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle Věty 3.4 najdeme taková čísla v, w, x, y, z, aby součet $v+w+x+y+z = 5+1+1+1+1 = 3+2+2+1+1 = 9$. Proto podle Věty 3.4 neumíme rozhodnout o faktorizaci. Podle Věty 3.6 nedokážeme určit, zda strom T_{22} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $3 = \frac{6}{2}$. Podle Věty 3.7 nedokážeme určit, zda strom T_{22} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $1 < 2$. Větu 3.9 pro strom T_{22} nemůžeme použít, protože se nejedná o smeták. Podle Věty 3.11 strom T_{22} nefaktorizuje, protože se jedná o housenku typu $(n, 2, n-m, m)$. Podle Věty 3.15 nemůžeme říci, zda strom T_{22} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože bohatý vrchol v je podle podmínky incidentní s více než $\frac{n-1}{2} = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ listy.

Stupňová posloupnost stromu T_{23} je $(5, 4, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle Věty 3.4 najdeme taková čísla v, w, x, y, z, aby součet $v+w+x+y+z = 5+1+1+1+1 = 4+1+1+1+1+1 = 2+4+1+1+1 = 9$. Proto podle Věty 3.4 neumíme rozhodnout o faktorizaci. Podle Věty 3.6 strom T_{23} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $4 > \frac{6}{2}$. Podle Věty 3.7 nedokážeme určit, zda strom T_{23} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $1 < 2$. Větu 3.9 pro strom T_{23} nemůžeme použít, protože se nejedná o smeták. Podle Věty 3.10 strom T_{23} nefaktorizuje, protože se jedná o housenku $(n, 2, n-1)$. Podle Věty 3.15 nemůžeme říci, zda strom T_{23} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože bohatý vrchol v je podle podmínky incidentní s více než $\frac{n-1}{2} = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ listy.

Obrázek 21: Stromy T_{24} a T_{25}

Stupňová posloupnost stromu T_{24} je $(4, 4, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla v, w, x, y, z, aby součet $v+w+x+y+z = 9$. Ale taková čísla ve stupňové posloupnosti nenajdeme, protože $4+1+1+1+1 = 8 < 9$, $4+3+1+1+1 = 10 > 9$. Podle Věty 3.6 strom T_{24} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $r = 4 \geq 3 = \frac{6}{2}$. Podle Věty 3.7 nemůžeme určit, zda strom T_{24} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože neplatí vztah $1 > \frac{4}{3}$, ale platí vztah $1 < \frac{4}{3}$. Větu 3.9 pro strom T_{24} nemůžeme použít, protože se nejedná o smeták. Podle Věty 3.15 strom T_{24} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože obsahuje několik bohatých vrcholů.

Stupňová posloupnost stromu T_{25} je $(4, 4, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, w, x, y, z, aby součet $u + w + x + y + z = 9$. Ale taková čísla ve stupňové posloupnosti nenajdeme. Podle Věty 3.6 strom T_{25} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $r = 4 \geq 3 = \frac{6}{2}$. Podle Věty 3.7 pro strom T_{25} nemůžeme určit, zda strom T_{25} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože neplatí vztah $1 > \frac{4}{3}$, ale platí vztah $1 < \frac{4}{3}$. Větu 3.9 strom T_{25} nemůžeme použít, protože se nejedná o smeták. Podle Věty 3.15 strom T_{25} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože obsahuje několik bohatých vrcholů.



Obrázek 22: Strom T_{26}

Stupňová posloupnost stromu T_{26} je $(5, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1)$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, w, x, y, z, aby platil součet $u+w+x+y+z = 5+1+1+1+1 = 2+2+2+2+1 = 9$. Taková čísla ve stupňové posloupnosti najdeme. Podle Vět 3.6 a 3.7 nemůžeme určit, zda strom T_{26} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože strom T_{26} obsahuje jen jeden vrchol bohatého stupně. Podle Věty 3.9 strom T_{26} nemůžeme určit, zda strom T_{26} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o smeták. Podle Věty 3.15 strom T_{26} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože bohatý vrchol v sousedí jen s jedním listem, zatímco by měl sousedit s nejméně $\frac{n-1}{2} = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ listy.

Obrázek 23: Stromy T_{27} a T_{28}

Stupňová posloupnost stromu T_{27} je $(5,3,2,2,1,1,1,1,1,1)$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,w,x,y,z, aby platil součet $u+w+x+y+z = 5+1+1+1+1 = 3+2+2+1+1 = 9$. Proto podle Věty 3.4 neumíme rozhodnout zda strom T_{27} faktorizuje kompletní graf K_{12}. Podle Věty 3.6 nedokážeme určit, zda strom T_{27} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $3 = \frac{6}{2}$. Podle Věty 3.7 nedokážeme určit, zda strom T_{27} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $1 < 2$. Větu 3.9 pro strom T_{27} nemůžeme použít, protože se nejedná o smeták. Podle Věty 3.14 strom T_{27} nefaktorizuje, protože se jedná o lobster typu $(3|n, n-k-2, k+1)$, kde $n = 5$ a $k = 1$. Podle Věty 3.15 strom T_{27} nemůžeme říci, zda strom T_{27} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože je incidentní s více než $\frac{n-1}{2} = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ listy.

Stupňová posloupnost stromu T_{28} je $(5,2,2,2,2,1,1,1,1,1)$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,w,x,y,z, aby platil součet $u+w+x+y+z = 5+1+1+1+1 = 2+2+2+2+1 = 9$. Proto podle Věty 3.4 neumíme rozhodnout zda strom T_{28} faktorizuje kompletní graf K_{12}. Podle Vět 3.6 a 3.7 nemůžeme určit, zda strom T_{28} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože strom T_{28} obsahuje jen jeden vrchol bohatého stupně. Větu 3.9 pro strom T_{28} nemůžeme použít, protože se nejedná o smeták. Podle Věty 3.15 strom T_{28} nemůžeme říci, zda strom T_{28} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože je incidentní s více než $\frac{n-1}{2} = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ listy. Strom T_{28} podle [1] nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}

4.6 Stromy na 12 vrcholech

V této kapitole uvádíme přehled stromů na 12 vrcholech. K určení, zda zadané stromy faktorizují kompletní graf K_{2n} či nikoliv, nestačily jen nutné a dostatečné podmínky. Pro některé z těchto stromů jsme museli použít DLX algoritmus

4.6.1 Stromy, které faktorizují kompletní graf K_{2n} - DLX algoritmus

Faktorizaci těchto stromů určil DLX algoritmus. Tyto stromy jsem do práce nezahrnul. Nejsou cílem práce.

4.6.2 Nefaktory určené pomocí DLX algoritmu

Takový strom nebyl žádný. DLX algoritmus našel faktorizaci kompletního grafu K_{2n} a skončil, případně u spousty stromů DLX algoritmus nenalezl nic, případně nalezl řešení, která nic nevypovídají, a výpočet algoritmu by trval ještě příliš dlouho.

4.6.3 Stromy, které faktorizují kompletní graf K_{2n} - podmínky

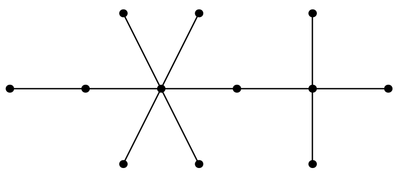
Pro tyto stromy jsem určil, že faktorizují kompletní graf K_{2n}. Faktorizaci těchto stromů jsem určil pomocí vět s dostatečnými podmínkami. Tyto stromy nám pomohou s vytvářením a ověřováním hypotéz, které jsou vytvořeny na základě pozorování stromů, v této práci.
Stupňová posloupnost stromu T_{29} je $6, 4, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít

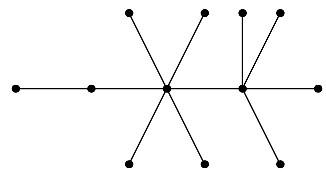
Obrázek 24: Stromy T_{29} a T_{30}

taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1 = 4+3+1+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{29} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{29} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3 a 2 vrcholy stupně alespoň 4. Nejprve řeším Větu 3.7 pro $r = 3$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Nyní řeším Větu 3.7 pro $r = 4$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 3$ a $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{29} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.10 strom T_{29} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o $(6, 2, 5)$-housenku.

Stupňová posloupnost stromu T_{30} je $6, 5, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1 = 5+2+1+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{30} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{30} obsahuje 2 vrcholy se stupněm alespoň 5. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil\frac{k}{2}\rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil\frac{2}{2}\rceil > \frac{6-1}{5-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{4}$. Proto pro $r = 5$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{30} faktorizuje kompletní strom K_{2n}. Podle Věty 3.10 strom T_{30} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se jedná o $(6, 5, 2)$-housenku.

Stupňová posloupnost stromu T_{31} je $6, 4, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít





Obrázek 25: Stromy T_{31} a T_{32}

taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1 = 4+2+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{31} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{31} obsahuje 2 vrcholy se stupněm alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil\frac{k}{2}\rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil\frac{2}{2}\rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{31} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.11 strom T_{31} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se jedná o $(2, 6, 2, 4)$-housenku.

Stupňová posloupnost stromu T_{32} je $6, 5, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1 = 5+2+1+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{32} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{32} obsahuje 2 vrcholy se stupněm alespoň 5. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil\frac{k}{2}\rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil\frac{2}{2}\rceil > \frac{6-1}{5-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{4}$. Proto pro $r = 5$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{32} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.10 strom T_{32} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o $(6, 2, 5)$-housenku.

Obrázek 26: Stromy T_{33} a T_{34}

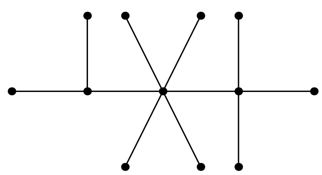
Stupňová posloupnost stromu T_{33} je $6, 3, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{33} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{33} obsahuje 3 vrcholy se stupněm alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{33} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.11 strom T_{33} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o $(6, 2, 6-m, m)$-housenku.

Stupňová posloupnost stromu T_{34} je $6, 4, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1 = 4+2+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{34} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{34} obsahuje 2 vrcholy se stupněm alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{34} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.11 strom T_{34} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o $(6, 2, 6-m, m)$-housenku.

Obrázek 27: Stromy T_{35} a T_{36}

Stupňová posloupnost stromu T_{35} je $6, 3, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{35} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{35} obsahuje 3 vrcholy se stupněm alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{35} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.11 strom T_{35} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o $(6, 2, 6 - m, m)$-housenku.

Stupňová posloupnost stromu T_{36} je $6, 4, 4, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1 = 4+2+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{36} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{36} obsahuje 2 vrcholy se stupněm alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{36} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.11 strom T_{36} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o $(6, 2, 6 - m, m)$-housenku.



Obrázek 28: Strom T_{37}

Stupňová posloupnost stromu T_{37} je $6, 4, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1 = 4+3+1+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{37} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{37} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3 a 2 vrcholy stupně alespoň 4. Nejprve řeším pro $r = 3$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Nyní pro $r = 4$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 3$ i $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{37} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.10 strom T_{37} faktorizuje kompletní strom K_{2n}, protože se nejedná o $(6, 2, 5)$-housenku.

Obrázek 29: Stromy T_{38} a T_{39}

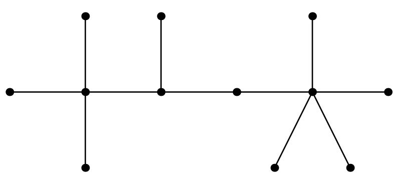
Stupňová posloupnost stromu T_{38} je $6,4,3,1,1,1,1,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z=11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1=4+3+1+1+1+1=11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{38} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{38} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3 a 2 vrcholy stupně alespoň 4. Nejprve řeším pro $r=3$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2<\frac{5}{2}$. Nyní pro $r=4$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1<\frac{5}{3}$. Proto pro $r=3$ i $r=4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{38} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.10 strom T_{38} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o $(6,2,5)$-housenku.

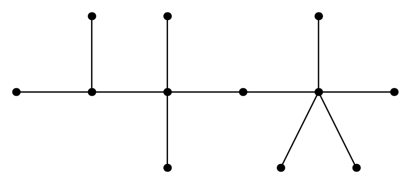
Stupňová posloupnost stromu T_{39} je $5,4,3,2,1,1,1,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z=11$. Taková čísla dokážeme najít, například $5+2+1+1+1+1=4+3+1+1+1+1=11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{39} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{39} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3 a 2 vrcholy stupně alespoň 4. Nejprve řeším pro $r=3$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2<\frac{5}{2}$. Nyní pro $r=4$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1<\frac{5}{3}$. Proto pro $r=3$ i $r=4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{39} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{39} podle Věty 3.13 faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $deg(v_1)+deg(v_4)=deg(v_2)+deg(v_3)=7$.

Obrázek 30: Stromy T_{40} a T_{41}

Stupňová posloupnost stromu T_{40} je $5,4,3,2,1,1,1,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z=11$. Taková čísla dokážeme najít, například $5+2+1+1+1+1=4+3+1+1+1+1=11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{40} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{40} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3 a 2 vrcholy stupně alespoň 4. Nejprve řeším pro $r=3$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Nyní pro $r=4$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r=3$ i $r=4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{40} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.10 strom T_{40} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o $(6,2,6-m,m)$-housenku.

Stupňová posloupnost stromu T_{41} je $5,4,3,2,1,1,1,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z=11$. Taková čísla dokážeme najít, například $5+2+1+1+1+1=4+3+1+1+1+1=11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{41} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{41} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3 a 2 vrcholy stupně alespoň 4. Nejprve řeším pro $r=3$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Nyní pro $r=4$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r=3$ i $r=4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{41} faktorizuje kompletní strom K_{2n}. Podle Věty 3.10 strom T_{41} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o $(6,2,6-m,m)$-housenku.





Obrázek 31: Stromy T_{42} a T_{43}

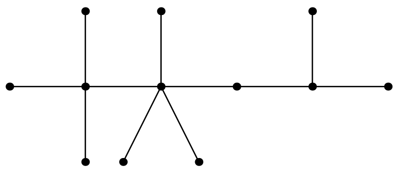
Stupňová posloupnost stromu T_{42} je $5,4,3,2,1,1,1,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z=11$. Taková čísla dokážeme najít, například $5+2+1+1+1+1=4+3+1+1+1+1=11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{42} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{42} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3 a 2 vrcholy stupně alespoň 4. Nejprve řeším pro $r=3$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Nyní pro $r=4$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r=3$ i $r=4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{42} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.10 strom T_{42} faktorizuje kompletní strom K_{2n}, protože se nejedná o $(6,2,6-m,m)$-housenku.

Stupňová posloupnost stromu T_{43} je $5,4,3,2,1,1,1,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z=11$. Taková čísla dokážeme najít, například $5+2+1+1+1+1 = 4+3+1+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{43} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{43} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3 a 2 vrcholy stupně alespoň 4. Nejprve řeším pro $r = 3$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Nyní pro $r = 4$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 3$ i $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{43} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.10 strom T_{43} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o $(6, 2, 6-m, m)$-housenku.

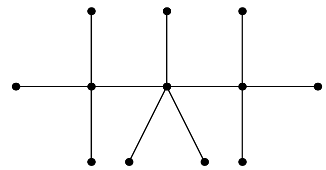
Obrázek 32: Stromy T_{44} a T_{45}

Stupňová posloupnost stromu T_{44} je $5, 4, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 4+3+1+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{44} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{44} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3 a 2 vrcholy stupně alespoň 4. Nejprve řeším pro $r = 3$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Nyní pro $r = 4$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 3$ i $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{44} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.11 strom T_{44} faktorizuje kompletní strom K_{2n}, protože se nejedná o $(n, 2, n-m, m)$-housenku.

Stupňová posloupnost stromu T_{45} je $6, 3, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $6+1+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{45} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{45} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{45} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.11 strom T_{45} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o $(n, 2, n-m, m)$-housenku.



T_{46}

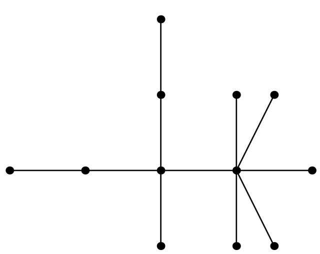


T_{47}

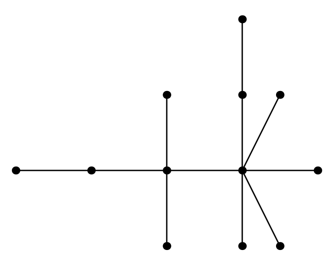
Obrázek 33: Stromy T_{46} a T_{47}

Stupňová posloupnost stromu T_{46} je $5, 4, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 4 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{46} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{46} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3 a 2 vrcholy stupně alespoň 4. Nejprve řeším pro $r = 3$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Nyní pro $r = 4$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 3$ i $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{46} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.11 strom T_{46} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o $(n, 2, n - m, m)$-housenku.

Stupňová posloupnost stromu T_{47} je $5, 4, 4, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nenalezneme. Podle Věty 3.4 nevíme, zda strom T_{47} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{47} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což je splněno, protože $2 > \frac{5}{3}$. Proto $r = 4$ podle Věty 3.7 strom T_{47} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.10 strom T_{47} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o $(6, 2, 5)$-housenku.



T_{48}

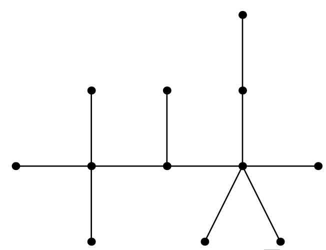


T_{49}

Obrázek 34: Stromy T_{48} a T_{49}

Stupňová posloupnost stromu T_{48} je $6, 4, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u{+}v{+}w{+}x{+}y{+}z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $6 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 4 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{48} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{48} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{48} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.13 graf T_{48} faktorizuje kompletní strom K_{2n}, protože $deg(v_1) = 6$ a $deg(v_2) + deg(v_3) + deg(v_4) = 8$

Stupňová posloupnost stromu T_{49} je $6, 4, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $6 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 4 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{49} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{49} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{49} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.11 strom T_{49} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o $(n, 2, n-m, m)$-housenku.



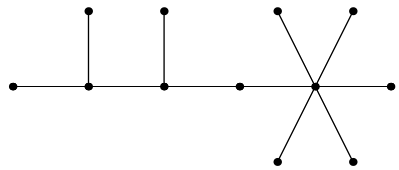
Obrázek 35: Strom T_{50}

Stupňová posloupnost stromu T_{50} je $5, 4, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 4+3+1+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{50} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Stromy T_{50} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3 a 2 vrcholy stupně alespoň 4. Nejprve řeším pro $r = 3$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Nyní pro $r = 4$. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 3$ i $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{50} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.11 strom T_{48} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se nejedná o $(n, 2, n-m, m)$-housenku.

4.6.4 Nefaktory

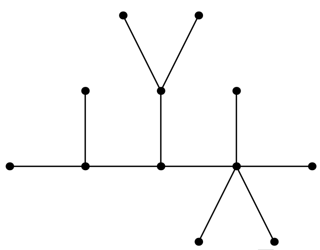
Tyto stromy jsem určil, že nefaktorizují kompletní graf K_{2n}, pomocí vět s dostatečnými podmínkami.

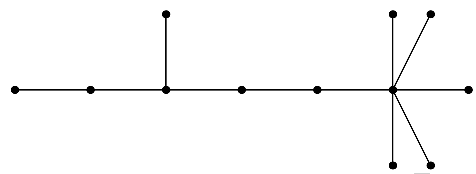
Stupňová posloupnost stromu T_{51} je $6, 3, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{51}



Obrázek 36: Strom T_{51}

faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{51} obsahuje 3 vrcholy se stupněm alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{51} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.11 strom T_{51} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se jedná o $(6, 2, 6 - m, m)$-housenku.





Obrázek 37: Stromy T_{52} a T_{53}

Stupňová posloupnost stromu T_{52} je $5, 3, 3, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nenalezneme. Podle Věty 3.4 u stromu T_{52} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{52} obsahuje 4 vrcholy se stupněm alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{4}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{52} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.13 strom T_{52} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože bohatý vrchol není stupně n a zároveň $deg(v_1) + deg(v_4) = 8 = n + 2 \neq deg(v_2) + deg(v_3) = 6$.

Stupňová posloupnost stromu T_{53} je $6, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $6+1+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{53} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{53} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{53} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.16 strom T_{53} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože má

3 vrcholy různé od v, které s v nejsou incidentní.

Obrázek 38: Stromy T_{54} a T_{55}

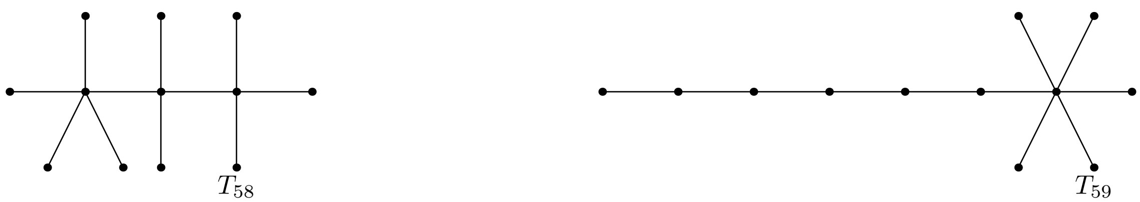
Stupňová posloupnost stromu T_{54} je $6, 4, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1 = 4+2+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{54} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{54} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{54} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.11 strom T_{54} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se jedná o $(6, 2, 4, 2)$-housenku.

Stupňová posloupnost stromu T_{55} je $6, 4, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1 = 4+2+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{55} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{55} obsahuje 2 vrcholy se stupněm alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{55} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.11 strom T_{55} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se jedná o $(6, 2, 2, 4)$-housenku.

Obrázek 39: Stromy T_{56} a T_{57}

Stupňová posloupnost stromu T_{56} je $6, 5, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1 = 5+2+1+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{56} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{56} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 5. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{5-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{4}$. Proto pro $r = 5$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{56} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.10 strom T_{56} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože se jedná o $(6, 2, 5)$-housenku.

Stupňová posloupnost stromu T_{57} je $6, 3, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{57} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{57} obsahuje 2 vrcholy se stupněm alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{57} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.14 strom T_{57} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 40: Stromy T_{58} a T_{59}

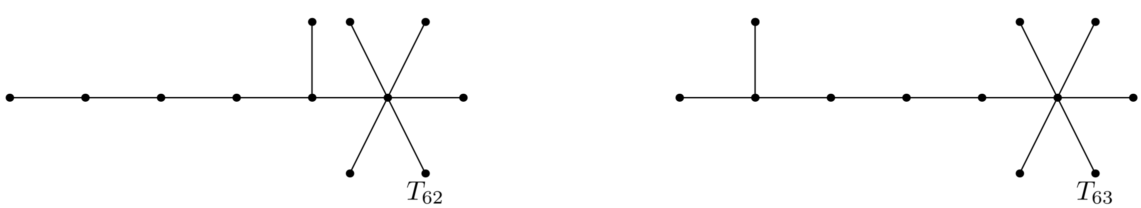
Stupňová posloupnost stromu T_{58} je $5, 4, 4, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nenalezneme. Podle Věty 3.4 strom T_{58} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{58} obsahuje 3 vrcholy se stupněm alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což je splněno, protože $2 > \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 strom T_{58} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.10 strom T_{58} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $t_1 \neq 6$.

Stupňová posloupnost stromu T_{59} je $6, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $6+1+1+1+1+1 = 2+2+2+2+2+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{59} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.7 nemůžeme určit, zda strom T_{59} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože obsahuje jen jeden vrchol bohatého stupně. Strom T_{59} je smeták. Podle Věty 3.9 strom T_{59} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože $5 \nleq \frac{7}{2}$. Podle Věty strom T_{59} 3.16 nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože má 4 nelistové vrcholy, které nejsou incidentní s bohatým vrcholem.

Obrázek 41: Stromy T_{60} a T_{61}

Stupňová posloupnost stromu T_{60} je $6, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $6+1+1+1+1+1 = 2+2+2+2+2+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{60} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.7 nemůžeme určit, zda strom T_{60} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože obsahuje jen jeden vrchol bohatého stupně. Strom T_{60} je lobster se šesti nelistovými vrcholy, proto nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle věty strom T_{60} 3.15 nefaktorizuje, protože bohatý vrchol je incidentní jen s jedním listových vrcholem.

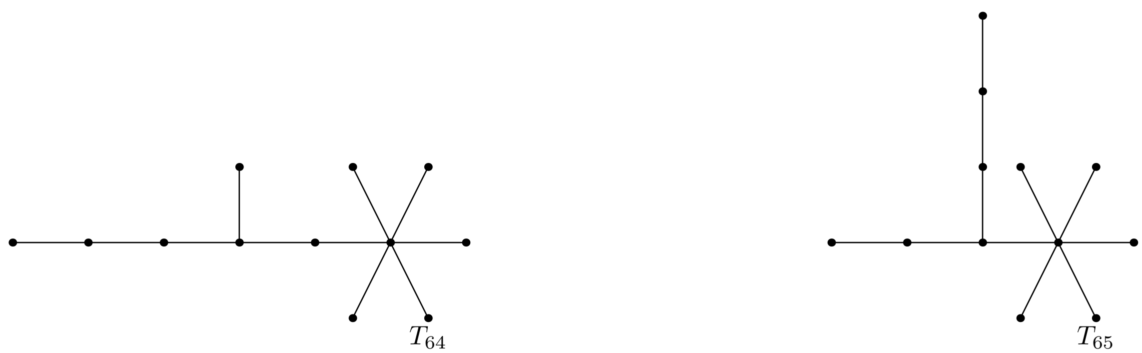
Stupňová posloupnost stromu T_{61} je $6, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $6+1+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{61} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{61} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{61} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{61} je lobster, který má 5 nelistových vrcholů. Podle Věty 3.16 strom T_{61} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože má 3 vrcholy, které nejsou incidentní s bohatým vrcholem.



Obrázek 42: Stromy T_{62} a T_{63}

Stupňová posloupnost stromu T_{62} je $6, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $6+1+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{62} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{62} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{62} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{62} je housenka diametru 6, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle věty 3.16 strom T_{62} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože má 3 vrcholy různé od bohatého vrcholu.

Stupňová posloupnost stromu T_{63} je $6, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{63} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle Věty 3.7 nemůžeme určit, zda strom T_{63} faktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože obsahuje jen jeden vrchol bohatého stupně. Strom T_{63} je housenka diametru 6, o faktorizaci kompletního grafu K_{2n} nevíme nic. Podle věty 3.16 strom T_{63} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože má 3 vrcholy různé od bohatého vrcholu.



Obrázek 43: Stromy T_{64} a T_{65}

Stupňová posloupnost stromu T_{64} je $6, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Strom T_{64} obsahuje 2 vrcholy se stupněm alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{64} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Podle věty 3.16 strom T_{64} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože má 3 vrcholy různé od bohatého vrcholu.

Stupňová posloupnost stromu T_{65} je $6, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $6+1+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{65} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{65} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{65} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{65} je lobster, který má 5 nelistových vrcholů. Podle věty 3.16 strom T_{65} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n}, protože má 3 vrcholy různé od bohatého vrcholu.

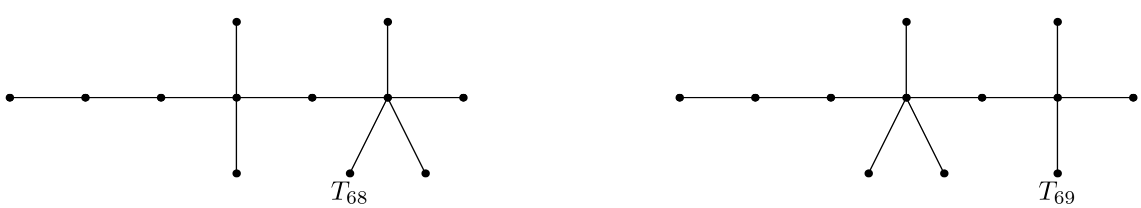
4.6.5 Neumíme rozhodnout - solution 0

Faktorizaci kompletního grafu K_{12} následujících stromů jsme zkoušeli zjistit pomocí výpočtů DLX algoritmu. DLX algoritmus byl spuštěn pro každý strom 30 minut. Po 30 minutách byl výpočet DLX algoritmu ukončen. Jedná se totiž o takové stromy, u kterých je výpočet relativně náročný, ale ne tak moc, protože výsledek výpočtů DLX algoritmu bylo několik souborů, ve kterých bylo napsáno jako výsledek "solution 0".

Obrázek 44: Stromy T_{66} a T_{67}

Stupňová posloupnost stromu T_{66} je $6, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $6+1+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{66} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{66} obsahuje 2 vrcholy se stupněm alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{66} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Jedná se o housenku diametru 6, proto nevíme o faktorizaci kompletního grafu K_{2n} nic.

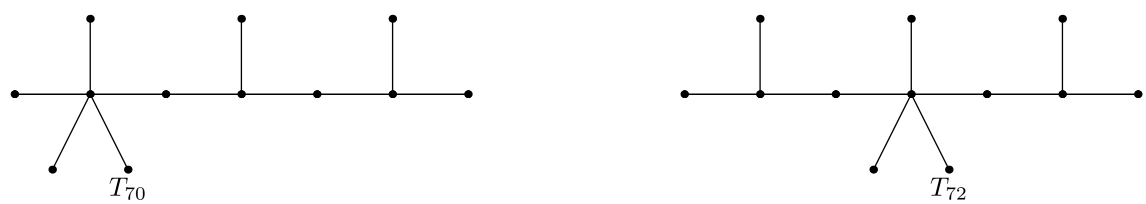
Stupňová posloupnost stromu T_{67} je $5, 4, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $5+2+1+1+1+1 = 4+2+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{67} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{67} obsahuje 2 vrcholy se stupněm alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{67} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Jedná se o housenku diametru 6, proto nevíme o faktorizaci kompletního grafu K_{2n} nic.



Obrázek 45: Stromy T_{68} a T_{69}

Stupňová posloupnost stromu T_{68} je $5, 4, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $5+2+1+1+1+1 = 4+2+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{68} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{68} obsahuje 2 vrcholy se stupněm alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{68} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Jedná se o housenku diametru 6, proto nevíme o faktorizaci kompletního grafu K_{2n} nic.

Stupňová posloupnost stromu T_{69} je $5, 4, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla dokážeme najít, například $5+2+1+1+1+1 = 4+2+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{69} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{69} obsahuje 2 vrcholy se stupněm alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{69} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Dále nevíme o faktorizaci kompletního grafu K_{2n} nic, neboť strom T_{69} je housenka diametru 6 a zároveň nemá bohatý vrchol stupně n.



Obrázek 46: Stromy T_{70} a T_{71}

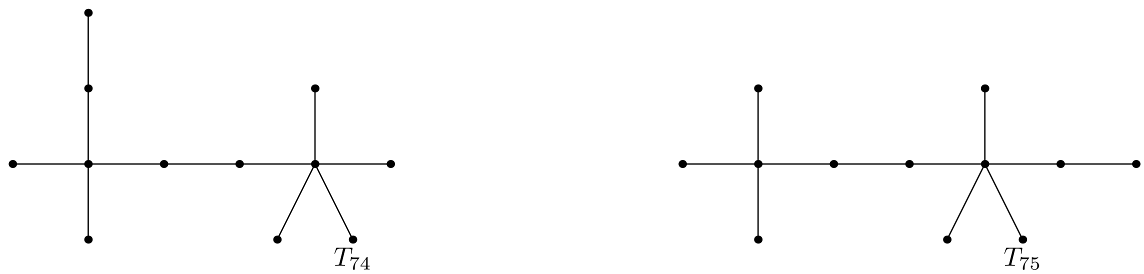
Stupňová posloupnost stromu T_{70} je $5, 3, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{70} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{70} obsahuje 3 vrcholy se stupněm alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{70} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Jedná se o housenku diametru 6, proto nevíme o faktorizaci kompletního grafu K_{2n} nic.

Stupňová posloupnost stromu T_{71} je $5, 3, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{71} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{71} obsahuje 3 vrcholy se stupněm alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{71} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Dále nevíme o faktorizaci kompletního grafu K_{2n} nic, neboť strom T_{71} je housenka diametru 6 a zároveň nemá bohatý vrchol stupně n.

Obrázek 47: Stromy T_{72} a T_{73}

Stupňová posloupnost stromu T_{72} je $6, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $6+1+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{72} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{72} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{72} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{72} je housenka diametru 6, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_{73} je $5, 4, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 4+2+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{73} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{73} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{73} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{73} je lobster, který má 5 nelistových vrcholů. To znamená, že u stromu T_{73} nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 48: Stromy T_{74} a T_{75}

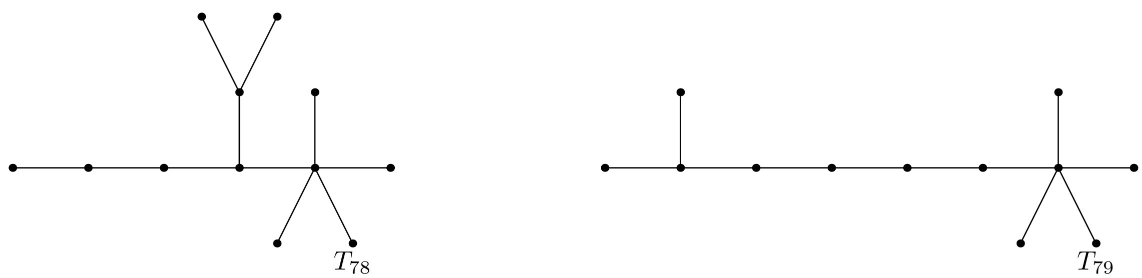
Stupňová posloupnost stromu T_{74} je $5, 4, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 4+2+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{74} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{74} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{74} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{74} je housenka diametru 6, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_{75} je $5, 4, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 4+2+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{75} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{75} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{75} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{75} je housenka diametru 6, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n} a nemá bohatý vrchol stupně n.

Obrázek 49: Stromy T_{76} a T_{77}

Stupňová posloupnost stromu T_{76} je $6, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $6+1+1+1+1+1 = 2+2+2+2+2+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{76} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{76} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{76} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{76} je housenka diametru 6, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_{77} je $5, 3, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{77} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{77} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{77} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{77} je housenka diametru 6, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 50: Stromy T_{78} a T_{79}

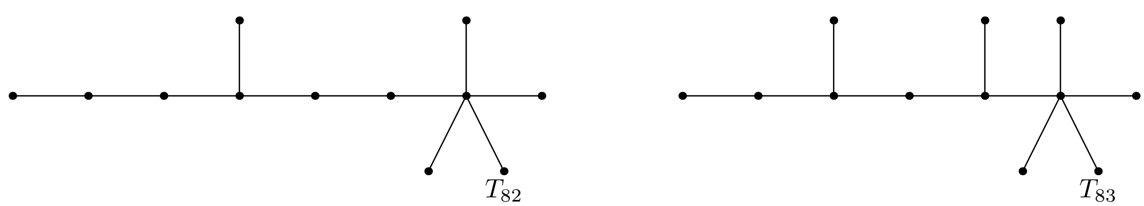
Stupňová posloupnost stromu T_{78} je $5, 3, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{78} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{78} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{78} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{78} je lobster, který má 5 nelistových vrcholů. To znamená, že u stromu T_{78} nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_{79} je $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{79} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{79} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{79} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{79} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Obrázek 51: Stromy T_{80} a T_{81}

Stupňová posloupnost stromu T_{80} je $5, 4, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $6+1+1+1+1+1 = 4+2+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{80} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{80} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{80} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{80} je housenka diametru 6, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_{81} je $5, 4, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 4+2+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{81} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{81} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{81} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{81} je housenka diametru 6, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

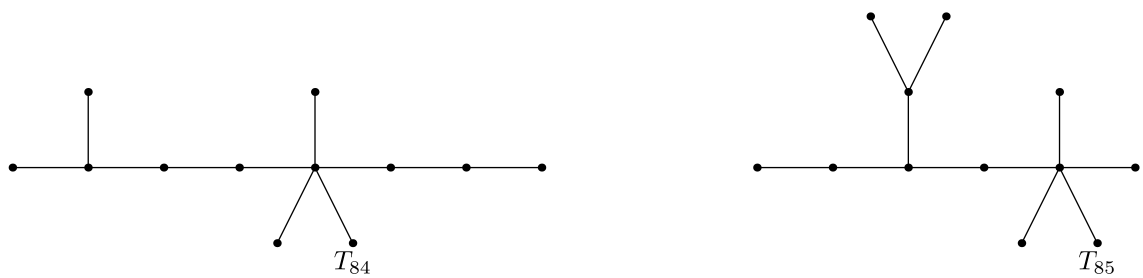


Obrázek 52: Stromy T_{82} a T_{83}

Stupňová posloupnost stromu T_{82} je $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{82} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{82} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{82} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{82} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf

K_{2n}.

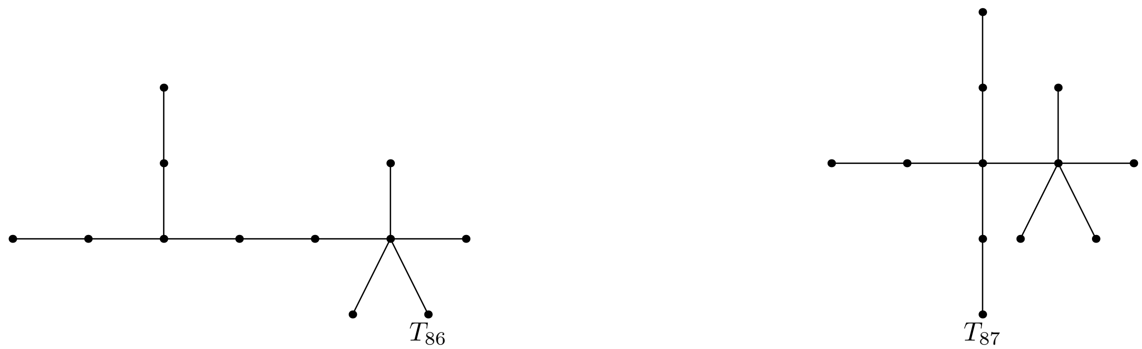
Stupňová posloupnost stromu T_{83} je $5, 3, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{83} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{83} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{83} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{83} je housenka diametru 6, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 53: Stromy T_{84} a T_{85}

Stupňová posloupnost stromu T_{84} je $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{84} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{84} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 2$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{84} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{84} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_{85} je $5, 3, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{85} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{85} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{85} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{85} je lobster se pěti nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



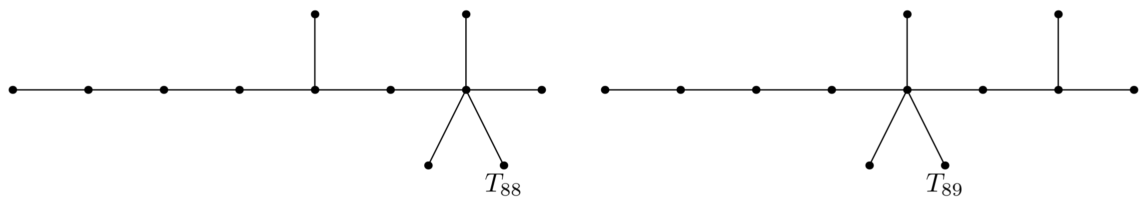
Obrázek 54: Stromy T_{86} a T_{87}

Stupňová posloupnost stromu T_{86} je $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{86} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{86} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 2$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{86} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{86} je lobster se šesti nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_{87} je $5, 4, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 4+2+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{87} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{87} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{87} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{87} je lobster se pěti nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

4.6.6 Neumíme rozhodnout - DLX nic nenašel

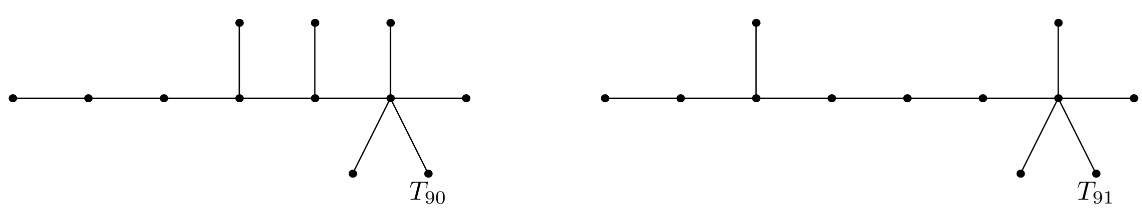
Faktorizaci kompletního grafu K_{12} následujících stromů jsme zkoušeli zjistit pomocí výpočtů DLX algoritmu. DLX algoritmus byl spuštěn pro každý strom 30 minut. Po 30 minutách byl výpočet DLX algoritmu ukončen. Jako výsledek výpočtů DLX algoritmu byly 2 soubory, které byly prázdné.



Obrázek 55: Stromy T_{88} a T_{89}

Stupňová posloupnost stromu T_{88} je $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{88} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{88} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{88} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{88} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_{89} je $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{89} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{89} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{89} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{89} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 56: Stromy T_{90} a T_{91}

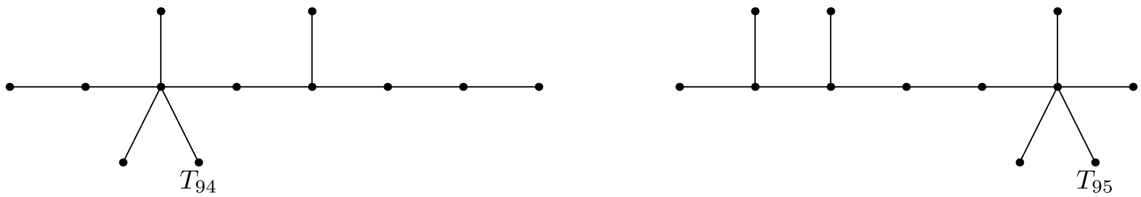
Stupňová posloupnost stromu T_{90} je $5, 3, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{90} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{90} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{90} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{90} je housenka diametru 6, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_{91} je $5,3,2,2,2,2,1,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{91} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{91} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{91} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{91} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Obrázek 57: Stromy T_{92} a T_{93}

Stupňová posloupnost stromu T_{92} je $5,3,2,2,2,2,1,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{92} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{92} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{92} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{92} je lobster s 6 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

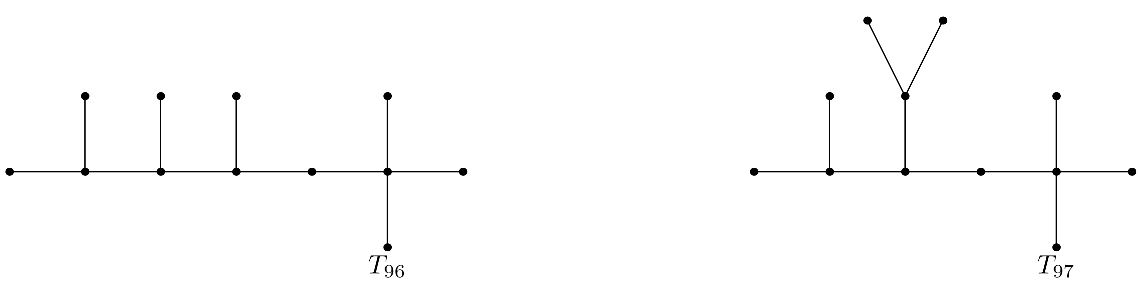
Stupňová posloupnost stromu T_{93} je $5,4,2,2,2,2,1,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 4+2+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{93} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{93} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 4. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{4-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{3}$. Proto pro $r = 4$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{93} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{93} je lobster s 5 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 58: Stromy T_{94} a T_{95}

Stupňová posloupnost stromu T_{94} je $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{94} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{94} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{94} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{94} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

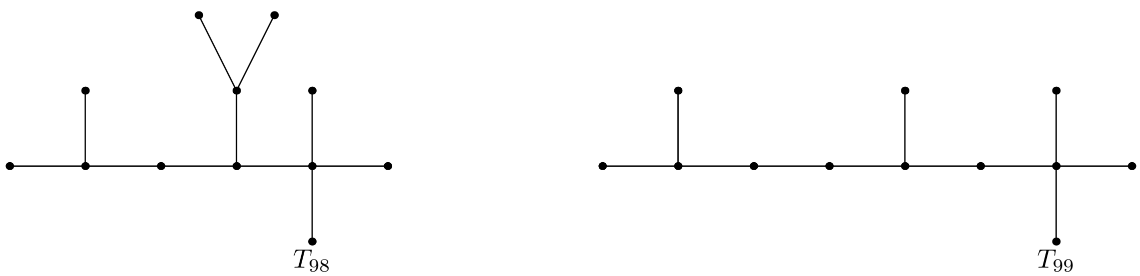
Stupňová posloupnost stromu T_{95} je $5, 3, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{95} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{95} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{95} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{95} je housenka diametru 6, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 59: Stromy T_{96} a T_{97}

Stupňová posloupnost stromu T_{96} je $4, 3, 3, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{96} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{96} obsahuje 4 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{4}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{96} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{96} je housenka diametru 6, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

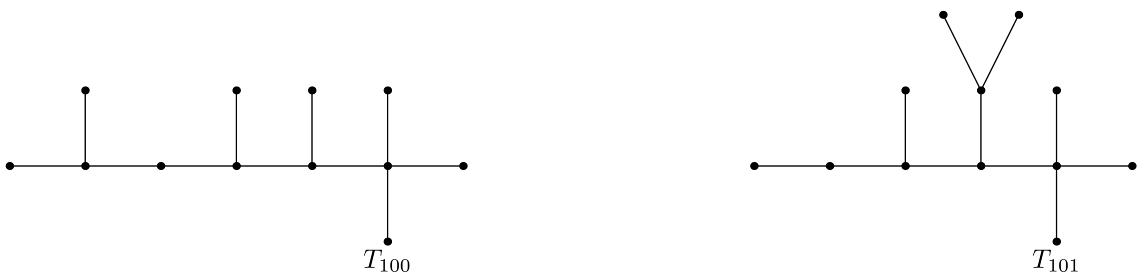
Stupňová posloupnost stromu T_{97} je $4, 3, 3, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 3 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{97} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{97} obsahuje 4 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{4}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{97} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{97} je lobster s 5 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 60: Stromy T_{98} a T_{99}

Stupňová posloupnost stromu T_{98} je $4, 3, 3, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 3 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{98} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{98} obsahuje 4 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{4}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{98} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{98} je lobster s 5 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

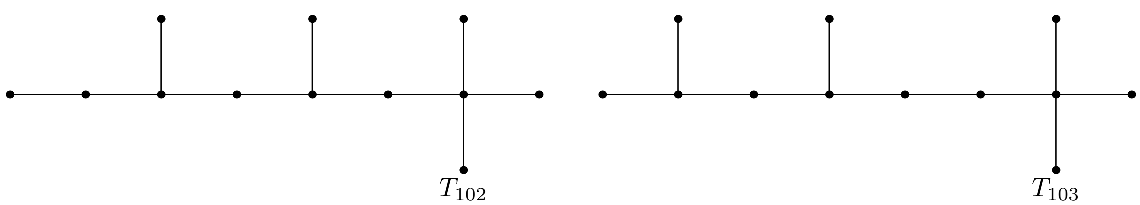
Stupňová posloupnost stromu T_{99} je $4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{99} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{99} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{99} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{99} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 61: Stromy T_{100} a T_{101}

Stupňová posloupnost stromu T_{100} je $4, 3, 3, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{100} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{100} obsahuje 4 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{4}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{100} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{100} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_{101} je $4, 3, 3, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 3 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{101} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{101} obsahuje 4 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{4}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{101} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{101} je lobster s 5 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

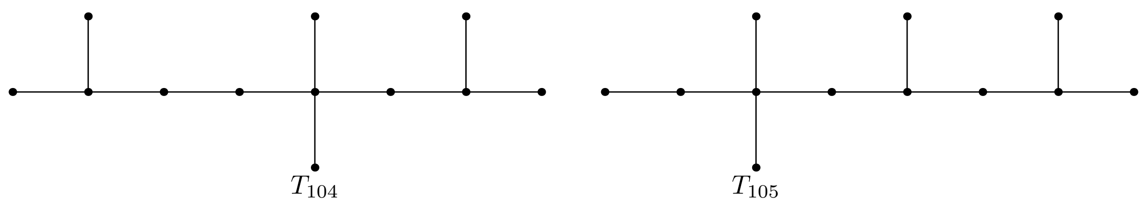


Obrázek 62: Stromy T_{102} a T_{103}

Stupňová posloupnost stromu T_{102} je $4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{102} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{102} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není

splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{102} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{102} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

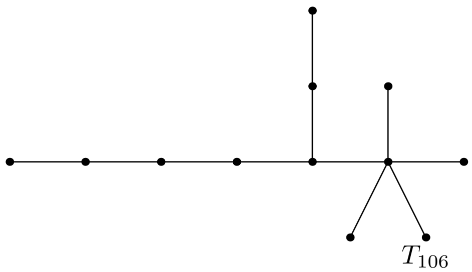
Stupňová posloupnost stromu T_{103} je $4,3,3,2,2,2,1,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{103} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{103} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{103} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{103} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

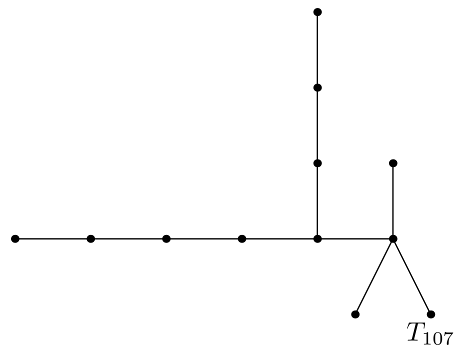


Obrázek 63: Stromy T_{104} a T_{105}

Stupňová posloupnost stromu T_{104} je $4,3,3,2,2,2,1,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{104} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{104} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{104} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{104} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_{105} je $4,3,3,2,2,2,1,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{105} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{105} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{105} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{105} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

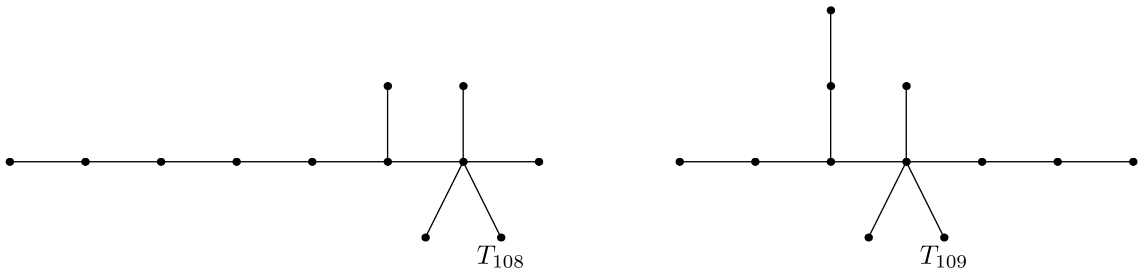




Obrázek 64: Stromy T_{106} a T_{107}

Stupňová posloupnost stromu T_{106} je $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 3 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{106} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{106} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{106} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{106} je lobster s 6 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

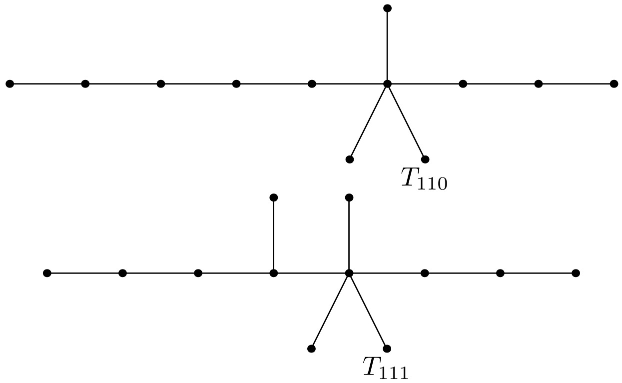
Stupňová posloupnost stromu T_{107} je $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 3 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{107} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{107} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{107} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{107} je lobster s 6 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 65: Stromy T_{108} a T_{109}

Stupňová posloupnost stromu T_{108} je $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda graf T_{108} faktorizuje kompletní strom K_{2n}. Strom T_{108} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{108} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{106} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

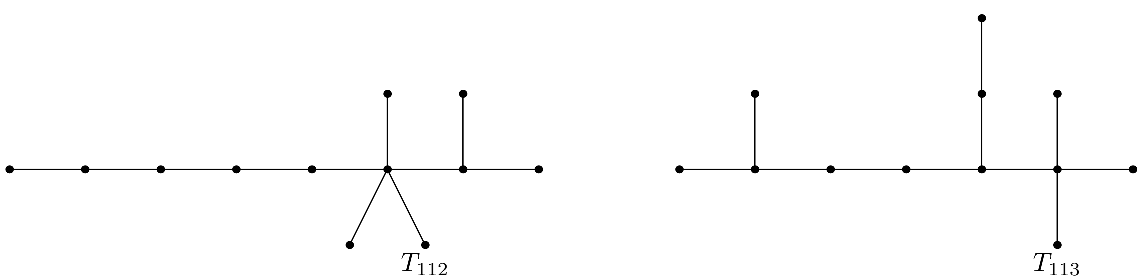
Stupňová posloupnost stromu T_{109} je $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{109} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{109} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{109} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{109} je lobster se 6 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 66: Stromy T_{110} a T_{111}

Stupňová posloupnost stromu T_{110} je $5, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{110} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{110} obsahuje 1 bohatý vrchol, proto podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout o faktorizaci kompletního grafu K_{2n}. Strom T_{110} je housenka diametru 8, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

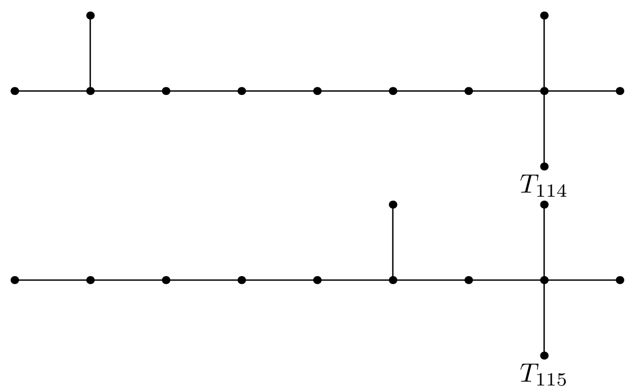
Stupňová posloupnost stromu T_{111} je $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{111} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{111} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{111} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{111} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 67: Stromy T_{112} a T_{113}

Stupňová posloupnost stromu T_{112} je $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{112} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{112} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{112} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{112} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

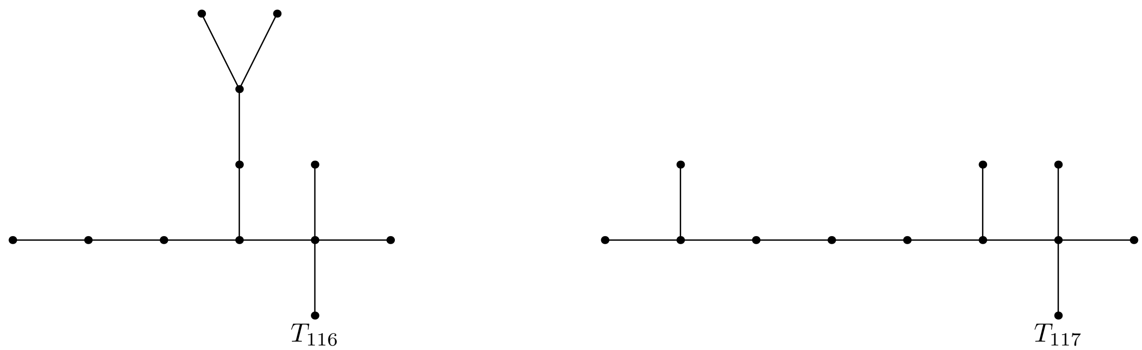
Stupňová posloupnost stromu T_{113} je $5, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{113} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{113} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{113} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{113} je lobster se 6 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 68: Stromy T_{114} a T_{115}

Stupňová posloupnost stromu T_{114} je $4, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+2+2+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{114} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{114} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{114} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{114} je housenka diametru 8, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

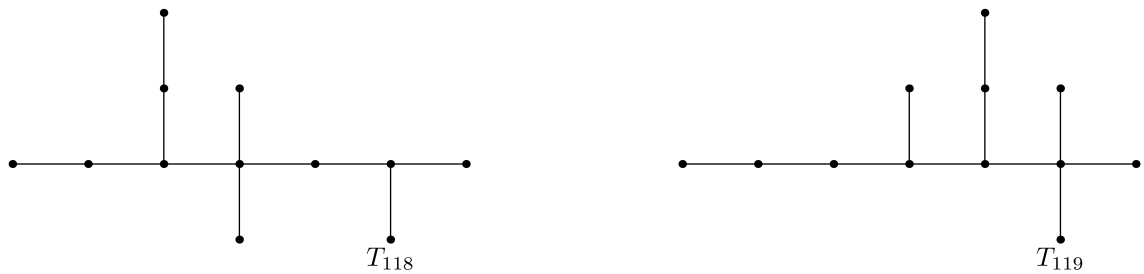
Stupňová posloupnost stromu T_{115} je $4, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+2+2+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{115} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{115} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{115} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{115} je housenka diametru 8, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 69: Stromy T_{116} a T_{117}

Stupňová posloupnost stromu T_{116} je $4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+2+2+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{116} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{116} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{116} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{116} je lobster s 6 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

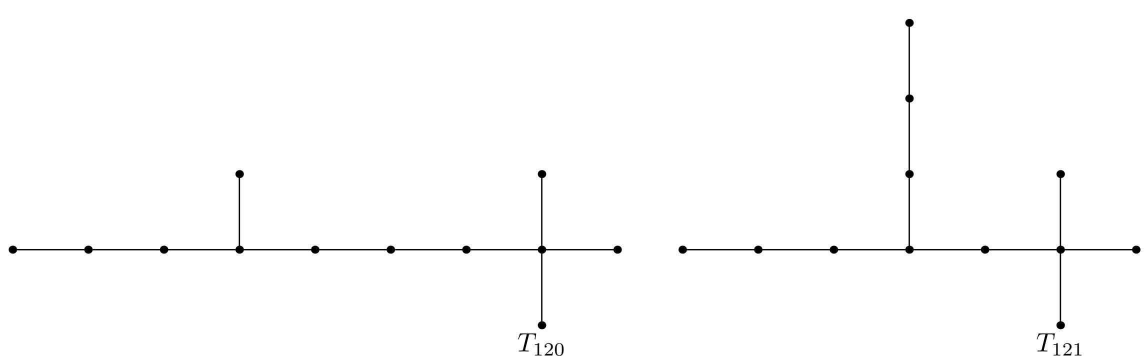
Stupňová posloupnost stromu T_{117} je $4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+2+2+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{117} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{117} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{117} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{117} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 70: Stromy T_{118} a T_{119}

Stupňová posloupnost stromu T_{118} je $4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 = 3 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{118} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{118} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{118} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{118} je lobster s 6 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

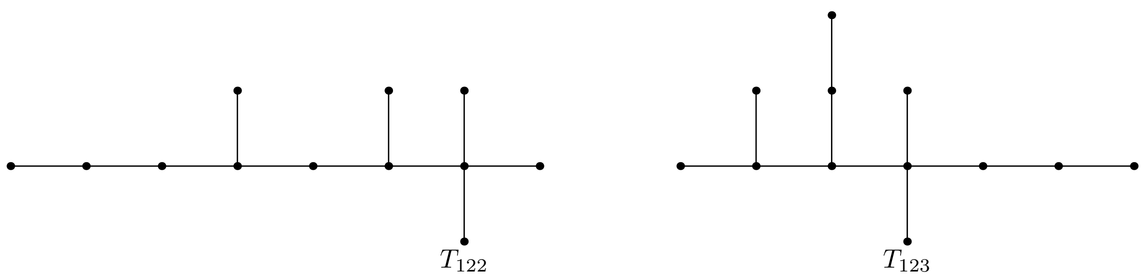
Stupňová posloupnost stromu T_{119} je $4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+2+2+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{119} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{119} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí má platit $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{119} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{119} je lobster s 6 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 71: Stromy T_{120} a T_{121}

Stupňová posloupnost stromu T_{120} je $4, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+2+2+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{120} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{120} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{120} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{120} je housenka diametru 8, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

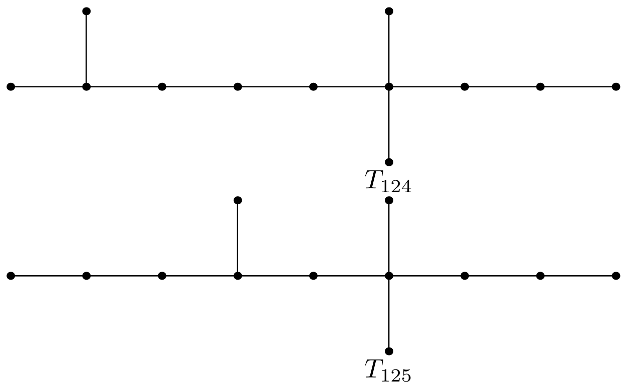
Stupňová posloupnost stromu T_{121} je $4, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+2+2+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{121} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{121} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{121} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{121} je lobster se 7 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 72: Stromy T_{122} a T_{123}

Stupňová posloupnost stromu T_{122} je $4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+2+2+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{122} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{122} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{122} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{122} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

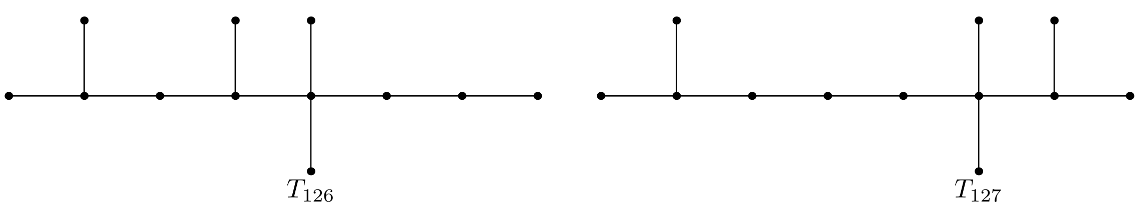
Stupňová posloupnost stromu T_{123} je $4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 = 3 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{123} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{123} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{123} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{123} je lobster s 6 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 73: Stromy T_{124} a T_{125}

Stupňová posloupnost stromu T_{124} je $4, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+2+2+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{124} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{124} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{124} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{124} je housenka diametru 8, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

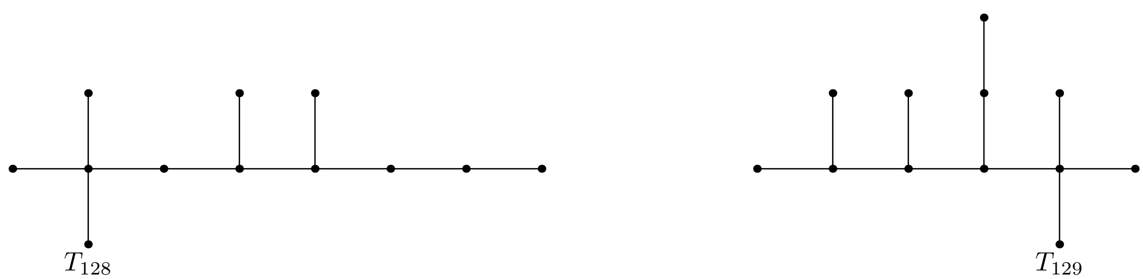
Stupňová posloupnost stromu T_{125} je $4, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+2+2+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{125} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{125} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{125} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{125} je housenka diametru 8, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 74: Stromy T_{126} a T_{127}

Stupňová posloupnost stromu T_{126} je $4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+2+2+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{126} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{126} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{126} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{126} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

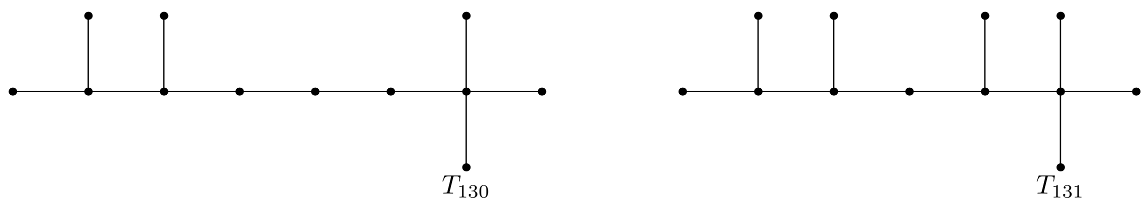
Stupňová posloupnost stromu T_{127} je $4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+2+2+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{127} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{127} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{127} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{127} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 75: Stromy T_{128} a T_{129}

Stupňová posloupnost stromu T_{128} je $4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+2+2+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{128} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{128} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{128} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{128} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

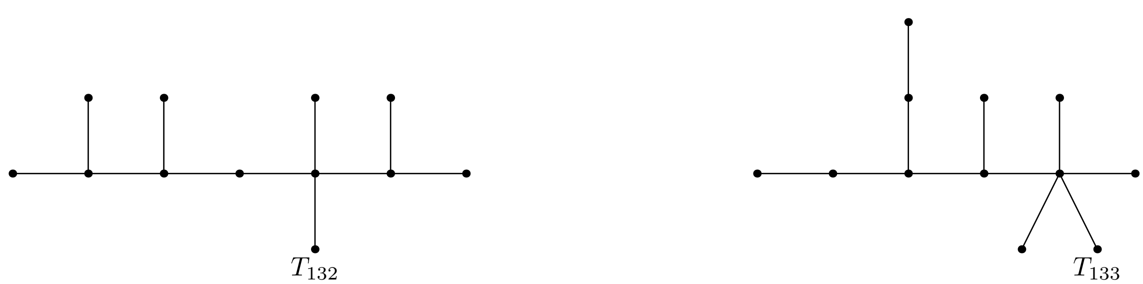
Stupňová posloupnost stromu T_{129} je $4, 3, 3, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 3 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{129} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{129} obsahuje 4 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{4}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{129} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{129} je lobster s 5 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 76: Stromy T_{130} a T_{131}

Stupňová posloupnost stromu T_{130} je $4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+2+2+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{130} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{130} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platít $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{130} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{130} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_{131} je $4, 3, 3, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{131} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{131} obsahuje 4 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{4}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{131} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{131} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

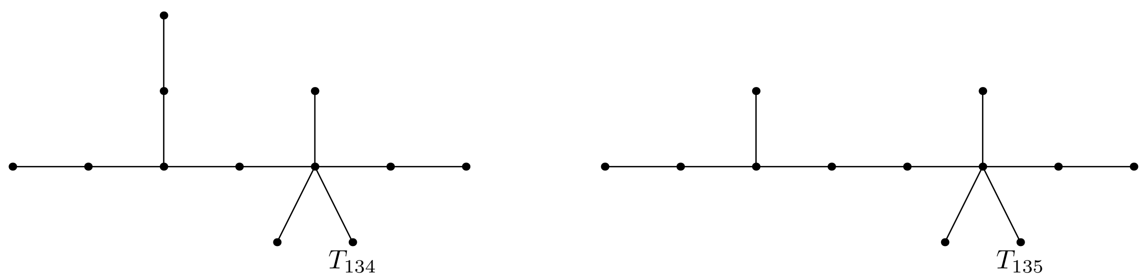


Obrázek 77: Stromy T_{132} a T_{133}

Stupňová posloupnost stromu T_{132} je $4, 3, 3, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{132} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{132} obsahuje 4 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{4}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není

splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{132} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{132} je housenka diametru 6, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

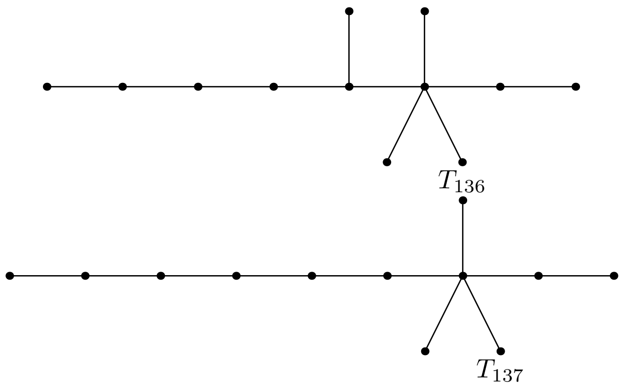
Stupňová posloupnost stromu T_{133} je $5, 3, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 3 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{133} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{133} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{133} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{133} je lobster s 5 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 78: Stromy T_{134} a T_{135}

Stupňová posloupnost stromu T_{134} je $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 3 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{134} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{134} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{134} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{134} je lobster s 5 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

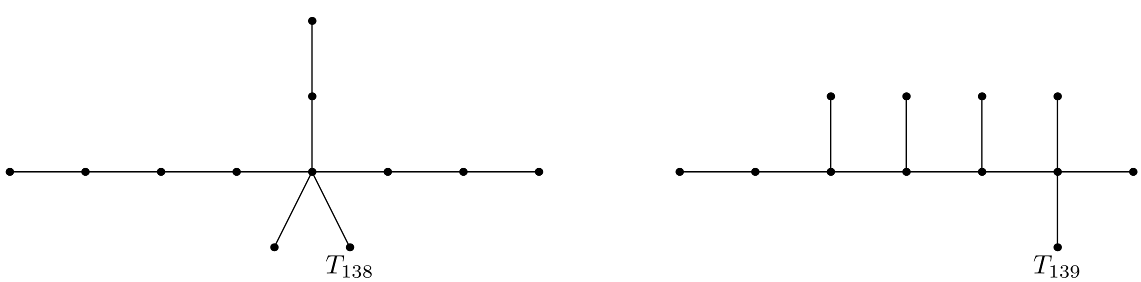
Stupňová posloupnost stromu T_{135} je $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{135} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{135} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{135} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{135} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 79: Stromy T_{136} a T_{137}

Stupňová posloupnost stromu T_{136} je $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5+2+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{136} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{136} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{136} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{136} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_{137} je $5, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{137} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{137} obsahuje 1 bohatý vrchol. Podle Věty 3.7 nemůžeme rozhodnout, zda strom T_{137} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{137} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

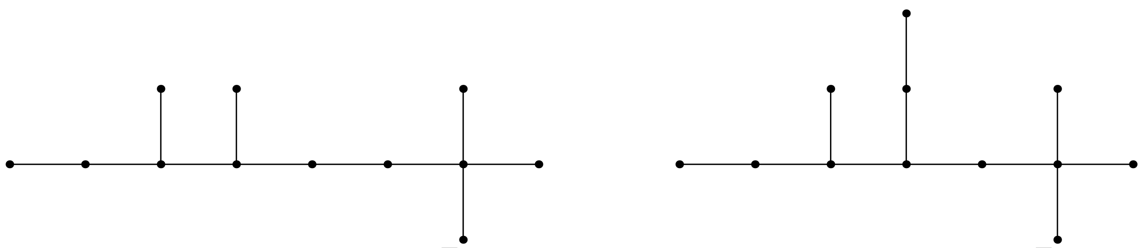


Obrázek 80: Stromy T_{138} a T_{139}

Stupňová posloupnost stromu T_{138} je $5, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $5 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4

nemůžeme určit, zda strom T_{138} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{138} obsahuje 1 bohatý vrchol. Podle Věty 3.7 nemůžeme rozhodnout, zda strom T_{138} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{138} je lobster se 7 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

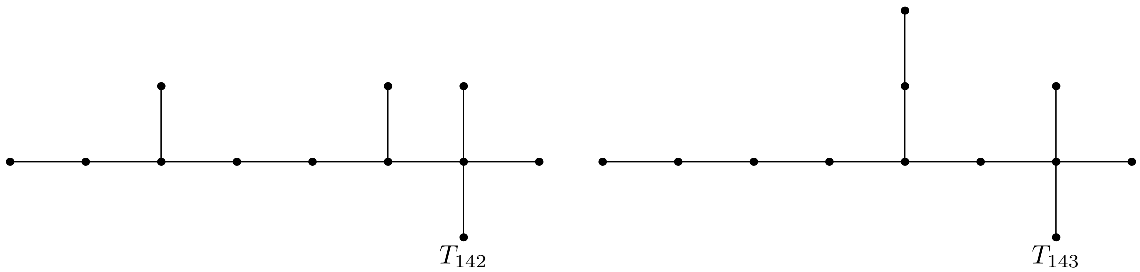
Stupňová posloupnost stromu T_{139} je $4,3,3,3,2,1,1,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z=11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1=3+3+2+1+1+1=11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{139} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{139} obsahuje 4 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil\frac{k}{2}\rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil\frac{4}{2}\rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2<\frac{5}{2}$. Proto pro $r=3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{139} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{139} je housenka diametru 6, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 81: Stromy T_{140} a T_{141}

Stupňová posloupnost stromu T_{140} je $4,3,3,2,2,2,1,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z=11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1=3+3+2+1+1+1=11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{140} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{140} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil\frac{k}{2}\rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil\frac{3}{2}\rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2<\frac{5}{2}$. Proto pro $r=3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{140} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{140} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

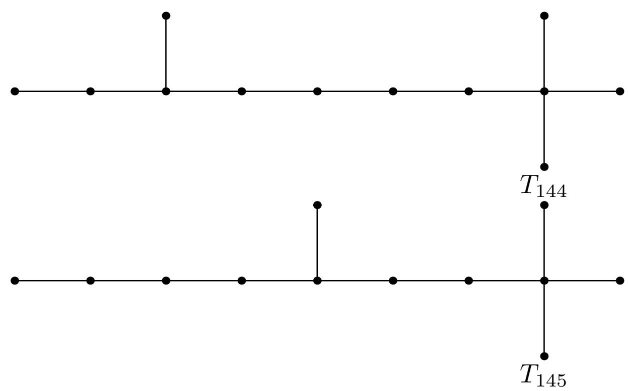
Stupňová posloupnost stromu T_{141} je $4,3,3,2,2,2,1,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z=11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1=3+3+2+1+1+1=11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{141} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{141} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil\frac{k}{2}\rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil\frac{3}{2}\rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2<\frac{5}{2}$. Proto pro $r=3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{141} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{141} je lobster s 6 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 82: Stromy T_{142} a T_{143}

Stupňová posloupnost stromu T_{142} je $4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{142} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{142} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{142} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{142} je housenka diametru 6, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

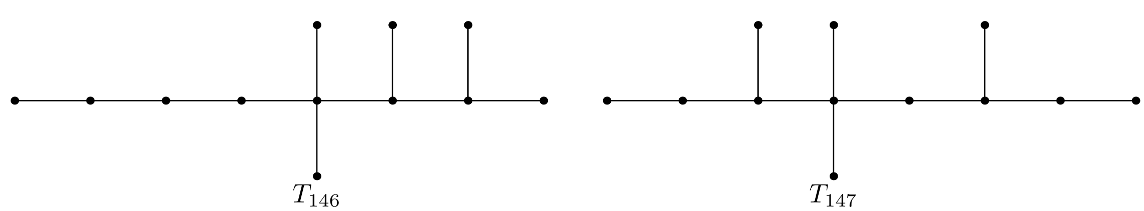
Stupňová posloupnost strom T_{143} je $4, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 3 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{143} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{143} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda Strom T_{143} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{143} je lobster se 7 nelistovými vrcholy, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 83: Stromy T_{144} a T_{145}

Stupňová posloupnost stromu T_{144} je $4,3,2,2,2,2,2,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z=11$. Taková čísla nalezneme, například $4{+}3{+}1{+}1{+}1{+}1 = 3{+}2{+}2{+}2{+}1{+}1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{144} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{144} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil\frac{k}{2}\rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil\frac{2}{2}\rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r=3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{144} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{144} je je housenka diametru 8, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

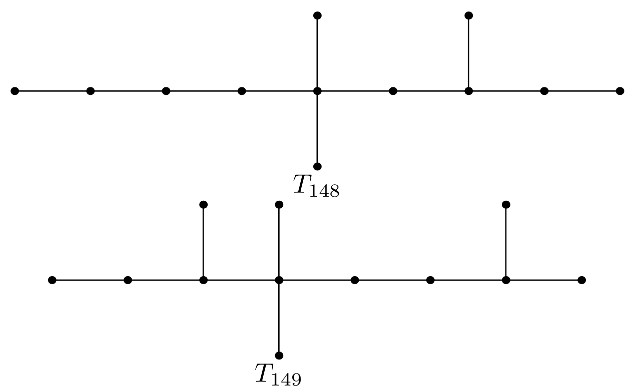
Stupňová posloupnost stromu T_{145} je $4,3,2,2,2,2,2,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z=11$. Taková čísla nalezneme, například $4{+}3{+}1{+}1{+}1{+}1 = 3{+}2{+}2{+}2{+}1{+}1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{145} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{145} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil\frac{k}{2}\rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil\frac{2}{2}\rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r=3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{145} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{145} je housenka diametru 8, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 84: Stromy T_{146} a T_{147}

Stupňová posloupnost stromu T_{146} je $4,3,3,2,2,2,1,1,1,1,1,1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u,v,w,x,y,z, aby platil součet $u+v+w+x+y+z=11$. Taková čísla nalezneme, například $4{+}3{+}1{+}1{+}1{+}1 = 3{+}3{+}2{+}1{+}1{+}1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{146} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{146} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{146} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{146} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_{147} je $4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{147} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{147} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{147} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{147} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

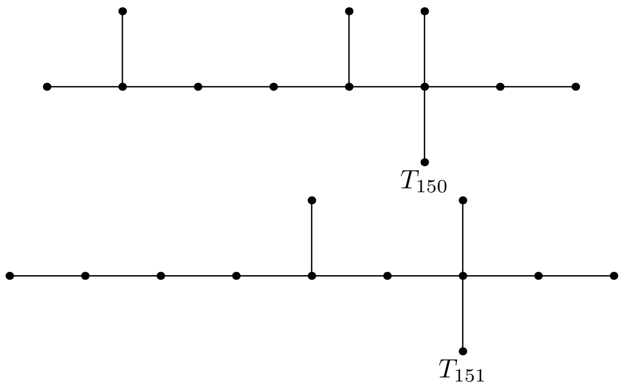


Obrázek 85: Stromy T_{148} a T_{149}

Stupňová posloupnost stromu T_{148} je $4, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{148} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{148} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{148} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{148} je housenka diametru 8, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_{149} je $4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{149} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{149} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není

splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{149} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{149} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.



Obrázek 86: Stromy T_{150} a T_{151}

Stupňová posloupnost stromu T_{150} je $4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1 = 3+3+2+1+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{150} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{150} obsahuje 3 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{3}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $2 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{150} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{150} je housenka diametru 7, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

Stupňová posloupnost stromu T_{151} je $4, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1$. Podle Věty 3.4 máme najít taková čísla u, v, w, x, y, z, aby platil součet $u + v + w + x + y + z = 11$. Taková čísla nalezneme, například $4+3+1+1+1+1 = 3+2+2+2+1+1 = 11$. Podle Věty 3.4 nemůžeme určit, zda strom T_{151} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{151} obsahuje 2 vrcholy stupně alespoň 3. Ověříme předpoklady Věty 3.7, zda platí $\lceil \frac{k}{2} \rceil > \frac{n-1}{r-1}$, tedy $\lceil \frac{2}{2} \rceil > \frac{6-1}{3-1}$, což není splněno, protože $1 < \frac{5}{2}$. Proto pro $r = 3$ podle Věty 3.7 neumíme rozhodnout, zda strom T_{151} faktorizuje kompletní graf K_{2n}. Strom T_{151} je housenka diametru 8, nevíme, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n}.

5 Shrnutí výsledků

V této kapitole uvádím v tabulkách dosažené výsledky u stromů v závislosti na daných nutných podmínkách. Pro stromy na 10 vrcholech jsou nutné podmínky dostatečné. Ale pro stromy na 12 vrcholech nutné podmínky už dostatečné nejsou. Proto stromy na 10 vrcholech jsou řešeny pouze v této kapitole a stromy na 12 vrcholech jsou řešeny podrobněji v kapitole Vytipované výsledky.

- znak "$?$" znamená, že pro strom T_i splňuje nutnou podmínku a proto neumíme určit, zda faktorizuje kompletní graf K_{2n},
- znak "$\times$" znamená, že strom T_i podle dané věty nefaktorizuje kompletní graf K_{2n},
- znak "N" nelze rozhodnout podle dané podmínky,
- znak "$-$" znamená, že věty nebyly z nějakých důvodů ověřeny, protože se týkají jiných druhů stromů.

5.1 Stromy na $2n$ vrcholech, kde $n < 5$

Podmínka z Věty 3.1 je splněna, neboť platí pro každý strom, že $2n$ je sudé. Určovat podmínku z Věty 3.3 je velmi složité, proto jsme ji neurčovali.

Stromy \ Věty	V3.2	V3.4	V3.5	V3.6	V3.7	V3.9	V3.15	V3.16
T_1	$\times$	$\times$	$\times$	$?$	$?$	$\times$	N	N
T_2	$\times$	$\times$	$\times$	$?$	$\times$	$\times$	N	N
T_3	$\times$	$\times$	$\times$	$?$	$?$	$\times$	N	N
T_4	$?$	$?$	$\times$	$?$	$?$	$?$	$\times$	$?$
T_5	$?$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$-$	N	N
T_6	$?$	$?$	$?$	$?$	$?$	$-$	$\times$	$\times$
T_7	$?$	$?$	$?$	$?$	$?$	$\times$	N	$?$

Podmínka z Věty 3.1 je splněna, neboť platí pro každý strom, že $2n$ je sudé. Určovat podmínku z Věty 3.3 je velmi složité. Věta 3.5 není řešena, protože $n = 5$ není sudé, nýbrž liché.

Stromy \ Věty	V3.2	V3.4	V3.6	V3.7	V3.9	V3.15	3.16
T_8	$\times$	$\times$	?	?	$\times$	$\times$	$\times$
T_9	$\times$	$\times$	?	?	$-$	$\times$	$\times$
T_{10}	$\times$	$\times$	?	?	$-$	$\times$	$\times$
T_{11}	$\times$	$\times$	?	?	$-$	$\times$	$\times$
T_{12}	$\times$	$\times$	?	?	$-$	$\times$	$\times$
T_{13}	$\times$	$\times$	?	?	$\times$	$\times$	$\times$
T_{14}	$\times$	$\times$	?	?	$-$	$\times$	$\times$
T_{15}	$\times$	$\times$	?	?	$-$	$\times$	$\times$
T_{16}	$\times$	$\times$	?	?	$-$	$\times$	$\times$
T_{17}	$\times$	$\times$	?	?	$-$	$\times$	$\times$
T_{18}	$\times$	$\times$	?	?	$-$	$\times$	$\times$
T_{19}	$\times$	$\times$	?	?	$\times$	$\times$	$\times$
T_{20}	?	?	?	?	$\times$	?	N
T_{21}	?	?	?	?	$-$	?	?
T_{22}	?	?	?	?	$-$	?	?
T_{23}	?	?	$\times$	?	$-$	?	?
T_{24}	?	$\times$	$\times$	?	$-$	?	N
T_{25}	?	?	$\times$	?	$-$	?	N
T_{26}	?	?	?	?	$-$	$\times$	?
T_{27}	?	?	?	?	$-$	?	?
T_{28}	?	?	N	N	$-$	?	?

5.2 Stromy na 12 vrcholech

Pro stromy z kapitoly 4.6.3 Věty 3.1 a 3.2 platí, protože $2n$ i n jsou sudé. Věta 3.3 nebyla řešena, protože určovat podmínku by bylo složité. Věta 3.9 nebyla řešena, neboť se nejedná o smetáky.

Stromy \ Věty	V3.4	V3.10	V3.11	V3.14	V3.15	3.16
T_{29}	?	?	–	–	?	?
T_{30}	?	?	–	–	?	?
T_{31}	?	–	?	–	?	?
T_{32}	?	?	–	–	?	?
T_{33}	?	–	?	–	?	?
T_{34}	?	–	?	–	?	?
T_{35}	?	–	?	–	?	?
T_{36}	?	–	?	–	?	?
T_{37}	?	?	–	–	?	?
T_{38}	?	?	–	–	?	?
T_{39}	?	–	–	?	?	?
T_{40}	?	–	?	–	?	?
T_{41}	?	–	?	–	?	?
T_{42}	?	–	?	–	?	?
T_{43}	?	–	?	–	?	?
T_{44}	$\times$	–	?	?	?	N
T_{45}	?	–	?	–	?	?
T_{46}	?	–	?	–	?	N
T_{47}	?	?	–	–	?	N
T_{48}	?	–	?	–	?	?
T_{49}	?	–	?	–	?	?
T_{50}	?	–	–	?	?	?

Stromy z kapitoly $4.6.4$

Stromy \ Věty	V3.4	V3.10	V3.11	V3.14	V3.15	3.16
T_{51}	?	–	×	–	?	?
T_{52}	?	–	–	?	?	N
T_{53}	?	–	–	?	?	×
T_{54}	?	–	×	–	?	?
T_{55}	?	–	×	–	?	?
T_{56}	?	?	–	–	?	?
T_{57}	?	–	–	×	?	?
T_{58}	?	×	–	–	×	N
T_{59}	?	–	×	–	?	×
T_{60}	?	–	–	×	×	?
T_{61}	?	–	–	×	?	×
T_{62}	?	–	×	–	?	×
T_{63}	?	–	×	–	?	×
T_{64}	?	–	×	–	?	×
T_{65}	?	–	–	×	?	×

Stromy z kapitol $4.6.5 - 6$

Stromy \ Věty	V3.4	V3.10	V3.11	V3.14	V3.15	3.16
T_{66}, T_{72}, T_{76}	?	?	?	?	?	?
$T_{67}, \ldots, T_{71}$	?	?	?	?	N	N
$T_{73}, \ldots, T_{75}$	?	?	?	?	N	N
$T_{77}, \ldots T_{151}$	?	?	?	?	N	N

6 Vytipované vlastnosti

Tato kapitola pojednává o vlastnostech stromů na 12 vrcholech, u nichž nevíme, jestli faktorizují příslušný kompletní graf K_{12}. Dále v kapitole naleznete závěry, které byli vyvozeny z níže uvedených pozorování. Smyslem práce bylo prozkoumat a navrhnout (nikoliv však dokázat) další nutné podmínky faktorizace kompletních grafů na isomorfní stromy.

Existuje 551 stromů na 12 vrcholech. Mnoho stromů jsem vyloučil hned, protože se dalo poznat pomocí nutných a dostatečných podmínek, zda faktorizují K_{12}. Pro zbývající stromy jsem použil DLX algoritmus pro určení faktorizace kompletní graf K_{2n} a rozdělil jsem tyto stromy do několika skupin. Do které skupiny strom patří, vyplývá z toho, co vypsal DLX algoritmus, když jsem jej nechal hledat faktorizaci kompletního grafu K_{2n} pro zadaný strom. DLX algoritmus prochází velký počet možností sestavení faktorů pro zadaný strom. Jestliže najde nějakou faktorizaci kompletního grafu K_{2n}, vypíše ji do textového souboru. Jestliže pro zadaný strom neprošel DLX algoritmus ještě všechny možnosti a zároveň prošel některé možnosti sestavení faktorů a přesto nenašel faktorizaci kompletního grafu K_{2n}, vypíše do textového souboru „solution 0“. Dále, jestliže DLX algoritmus pro zadaný graf neprošel ještě všechny možnosti ani pro jedno výchozí sestavení faktorů, nevypíše nic, dokud nenajde nějaký výsledek, přičemž při určování faktorizace kompletního grafu K_{2n} pro stromy z podkapitoly $4.6.6$ právě nevypsal vůbec nic, protože výpočet byl přerušen z důvodů časové náročnosti výpočtu. Přičemž úplná klasifikace není možná, ani s použitím výpočetní techniky, protože pro vyloučení fatorizace je nutno projít $\binom{x}{6}$ možností, kde x se pohybuje v řádu desetitisíců až statisíců, celkem 10^{20} až 10^{30} případů, z nichž každý vyžaduje mnoho operací pro ověření nebo vyloučení faktorizace kompletního grafu K_{2n}.

Pro některé stromy našel algoritmus faktorizaci kompletního grafu K_{2n}. Tyto faktorizující stromy jsem vyloučil z dalšího zkoumání, protože nejsou pro bakalářskou práci podstatné. Tyto stromy by byly uvedené v kapitole $4.6.1$. V kapitole $4.6.2$ by byly uveřejněny stromy, u kterých DLX určil, že nefaktorizují kompletní graf K_{2n}. Takové stromy DLX algoritmus nenašel, protože probírání všech možností přesahuje svou náročností únosný rámec.

Zbývající stromy jsou uvedené v kapitolách $4.6.3$ až $4.6.6$. Pro určení faktorizace kompletního grafu K_{2n} stromů v kapitolách $4.6.3$ a $4.6.4$ se dají aplikovat podmínky z Vět 3.1 až 3.18, podle kterých se dá určit, zda zadané stromy faktorizují příslušný kompletní graf K_{2n} nebo nikoliv.

V kapitolách $4.6.5$ a $4.6.6$ se nachází stromy, u kterých nevíme o faktorizaci kompletního grafu K_{2n} vůbec nic ani po aplikaci DLX algoritmu a ani po aplikování podmínek z Vět 3.1 až 3.18. Na základě pozorování těchto stromů jsem si všiml jistých společných znaků těchto stromů:

- jedná se o housenky diametru 6, 7 a 8, dále se jedná o lobstery s více než 4 nelistovými vrcholy,
- většina nemá bohatý vrchol stupně n,
- většina z nich má vrchol bohatý stupně 4 nebo bohatý vrchol stupně 5,

- grafy v kapitolách $4.6.5$ a $4.6.6$ mají podobné stupňové posloupnosti.

Stromy, které jsou uvedené v kapitolách $4.6.5$ a $4.6.6$, jsou housenky diametru 6, 7 a 8. Housenky do průměru 5 včetně jsou zcela zpracované ve článcích [2] a [3]. Housenky vyššího diametru už nejsou tak dobře zpracované a nemáme jejich úplnou klasifikaci. Ve článku [11] se popisují housenky diametru 6. Tato práce je zaměřená na housenky diametru 6, jejichž bohatý vrchol je stupně 7 a na dostatečné podmínky, kdy záleží, zda n v kompletním grafu K_{2n} je sudé nebo liché. Což pro určení faktorizace kompletního grafu K_{2n} stromů z kapitoly $4.6.5$. nepomůže.

Dále některé z výše uvedených stromů jsou stromy typu lobster s více než 4 nelistovými vrcholy. Platí opět ten fakt, že lobstery do 4 nelistových vrcholů jsou zcela zpracované a o jejich faktorizaci kompletního grafu K_{2n} umíme rozhodnout podle článku [4], zatímco lobstery s více než 4 nelistovými vrcholy zpracované tak důkladně nejsou.

Dalším společným znakem stromů z kapitol $4.6.5$ a $4.6.6$ je ten fakt, že stromy, u kterých neumíme o faktorizaci kompletního grafu K_{2n} rozhodnout, nemají bohatý vrchol stupně n. Nýbrž obsahují bohatý vrchol stupně $n-1$ nebo $n-2$ (stupně 5 nebo 4). U těchto stromů neumíme o faktorizaci rozhodnout, neboť nejsou známy žádné nutné podmínky, které by faktorizaci vyloučily. U těchto stromů si myslíme, že nefaktorizují, důvod je uveřejněn v následujícím odstavci.

Nyní se zaměřme na stromy z podkapitoly $4.6.5$ více. Jedná se o stromy, u kterých je pravděpodobnost rozhodnutí, že nefaktorizují kompletní graf K_{2n}, vyšší než u stromů v podkapitole $4.6.6$. To z toho důvodu, že DLX algoritmus pro stromy v podkapitole $4.6.5$ nalezl nějaké výsledky, prošel a vyloučil řadu možností faktorizace. DLX algoritmus neprošel všechny možnosti, ale vyloučil řadu větví výpočtů. Pro stromy v podkapitole $4.6.6$ DLX algoritmus neprošel dostatečné množství možností ani z jedné větve, protože vzhledem k počtu automorfismu stromů je počet různých možností v jedné větvi příliš vysoký.

Grafy v podkapitole $4.6.5$ se dají rozdělit podle stupňové posloupnosti na čtyři skupiny grafů:

1. skupina: $6, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$, tato skupina je tvořena třemi stromy,
2. skupina: $5, 4, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$, tato skupina je tvořena osmi stromy,
3. skupina: $5, 3, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$, tato skupina je tvořena šesti stromy,
4. skupina: $5, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1$, tato skupina je tvořena čtyřmi stromy.

Počet nelistových vrcholů v těchto stromech je 5 nebo 6, přičemž alespoň jeden z nich je bohatý. Většina ze stromů nemá bohatý vrchol stupně n, na tyto stromy nelze aplikovat Věty 3.1 až 3.18, neboť většina z podmínek z těchto vět pracuje se stromy, kde bohatý vrchol je stupně n.

Porovnání stromů z podkapitoly $4.6.5$ se stromy z podkapitoly $4.6.3$ bylo neúspěšné. Hledal jsem takové stromy, které by měly totožné stupňové posloupnosti. Stupňové posloupnosti se neshodovaly, protože stromy, které faktorizují kompletní graf K_{2n}, mají jen 3 nebo maximálně 4 nelistové vrcholy. Stromy z podkapitoly $4.6.5$ se stromy z podkapitoly $4.6.3$ nemají tedy společné stupňové posloupnosti. Tento fakt naznačuje, že stromy uvedené v kapitole 4.6.5 faktorizaci kompletního grafu K_{2n} neumožňují.

Zkoumáme, zda stupňová posloupnost může stačit při rozhodnutí o faktorizaci kompletního grafu K_{2n}. Například se stupňovou posloupností souvisí počet zastoupení nelistových vrcholů ve stromech. Níže jsou uvedené tabulky pro stromy na 10 vrcholech, které faktorizují, na 12 vrcholech, které faktorizují i které nefaktorizují kompletní graf K_{2n}, a na 12 vrcholech, u kterých nevíme o faktorizaci kompletního grafu K_{2n} nic.

V následující tabulce vidíme počet faktorizujících stromů na 10 vrcholech v závislosti na počtu jejich nelistových vrcholů m a maximálním stupni vrcholu $\Delta(T)$.

$\Delta(T) \setminus m$	2	3	4	5	6	7	8
5	-	4	5	2	-	-	-
4	1	-	14	15	7	-	-
3	-	-	2	11	16	7	-
2	-	-	-	-	-	-	1

V následující tabulce vidíme počet faktorizujících stromů na 12 vrcholech v závislosti na počtu jejich nelistových vrcholů m a maximálním stupni vrcholu $\Delta(T)$.

$\Delta(T) \setminus m$	2	3	4	5	6	7	8
5	-	1	8	-	-	-	-
6	-	5	8	-	-	-	-

V následující tabulce vidíme počet nefaktorizujících stromů na 12 vrcholech v závislosti na počtu jejich nelistových vrcholů m a maximálním stupni vrcholu $\Delta(T)$.

$\Delta(T) \setminus m$	2	3	4	5	6	7	8
5	1	1	-	-	-	-	-
6	-	2	3	6	2	-	-

V následující tabulce vidíme počet stromů z kapitoly 4.6.5 v závislosti na počtu jejich nelistových vrcholů m a maximálním stupni vrcholu $\Delta(T)$.

$\Delta(T) \setminus m$	2	3	4	5	6	7	8
5	-	-	-	15	4	-	-
6	-	-	3	-	-	-	-

Jelikož faktory na 12 vrcholech mají maximálně 4 nelistové vrcholy a nefaktory na 12 vrcholech a stromy z podkapitoly 4.6.5 mají spíše 5 nebo 6 nelistových vrcholů, předpokládáme, že stromy z podkapitoly 4.6.5 faktorizaci kompletního grafu K_{2n} nemají. DLX algoritmus nenašel nic pro stromy z kapitoly 4.6.5, protože musí projít mnoho možností, celkem až 10^{30} případů, z nichž každý vyžaduje mnoho operací pro ověření nebo vyloučení faktorizace kompletního grafu K_{2n}. Faktorizující stromy mají méně nelistových vrcholů, nefaktorizující stromy a stromy z kapitoly 4.6.5 mají více nelistových vrcholů a stupňová posloupnost stromů z kapitoly 4.6.5 se značně liší od faktorizujících stromů.
Tedy faktorizace kompletního grafu K_{2n} závisí na počtu listových a nelistových vrcholů. Věta, které rozvíjí závislost na počtu listových a nelistových vrcholů, je Věta 3.16.

Na základě Věty 3.16 se dají sestrojit například následující hypotézy, které jsou závislé na struktuře stromu a na počtu nelistových vrcholů různých od bohatého vrcholu v, které s v nejsou incidentní. U těchto hypotéz odhadujeme, že pro faktory jsou splněny a pro nefaktory nejsou splněny.
Celkem jsme vytvořili 5 hypotéz. Je jich tolik, protože nevíme, které z nich budou splněny a které splněny nebudou.

Hypotéza 6.1. *Nechť T je strom na $2n$ vrcholech s vrcholem v stupně n. Jestliže existuje T-faktorizace kompletního grafu K_{2n}, pak v grafu musí být maximálně $\frac{2n-r-1}{2}$ nelistových vrcholů různých od v, které nejsou s vrcholem v incidentní.*

Hypotéza 6.2. *Nechť T je strom na $2n$ vrcholech s vrcholem v stupně n. Jestliže existuje T-faktorizace kompletního grafu K_{2n}, pak v grafu musí být maximálně $\frac{2n-2r}{2}$ nelistových vrcholů různých od v, které nejsou s vrcholem v incidentní.*

Hypotéza 6.3. *Nechť T je strom na $2n$ vrcholech s vrcholem v stupně n. Jestliže existuje T-faktorizace kompletního grafu K_{2n}, pak v grafu musí být maximálně $\frac{2n-2r+4}{2}$ nelistových vrcholů různých od v, které nejsou s vrcholem v incidentní.*

Hypotéza 6.4. *Nechť T je strom na $2n$ vrcholech s vrcholem v stupně n. Jestliže existuje T-faktorizace kompletního grafu K_{2n}, pak v grafu musí být maximálně $\frac{2n-\frac{3r}{2}}{2}$ nelistových vrcholů různých od v, které nejsou s vrcholem v incidentní.*

Hypotéza 6.5. *Nechť T je strom na $2n$ vrcholech s vrcholem v stupně n. Jestliže existuje T-faktorizace kompletního grafu K_{2n}, pak v grafu musí být maximálně $\frac{2n-\frac{3r}{2}+1}{2}$ nelistových vrcholů různých od v, které nejsou s vrcholem v incidentní.*

Zkoumání hypotéz je provedena v následujících tabulkách.

V následujících tabulkách jsou použity následující znaky:

- znak – znamená, že pro daný strom hypotéza platí,
- znak $\times$ znamená, že pro daný strom hypotéza neplatí.

V této tabulce jsou hypotézy vyzkoušeny pro stromy z kapitoly $4.6.3$, tedy pro stromy, které faktorizují kompletní graf K_{12}.

strom T	Počet nelistů	$H6.1$	$H6.2$	$H6.3$	$H6.4$	$H6.5$
T_{29}	1	–	$\times$	–	–	–
T_{30}	1	–	$\times$	–	–	–
T_{31}	1	–	$\times$	–	–	–
T_{32}	0	–	$\times$	–	–	–
T_{33}	2	–	$\times$	–	$\times$	–
T_{34}	2	–	$\times$	–	$\times$	–
T_{35}	1	–	$\times$	–	–	–
T_{36}	1	–	$\times$	–	–	–
T_{37}	0	–	$\times$	–	–	–
T_{38}	1	–	$\times$	–	–	–
T_{39}	2	–	$\times$	–	–	–
T_{40}	2	–	$\times$	–	–	–
T_{41}	1	–	$\times$	–	–	–
T_{42}	2	–	$\times$	–	–	–
T_{43}	2	–	$\times$	–	–	–
T_{44}	2	–	$\times$	–	–	–
T_{45}	2	–	$\times$	–	$\times$	–
T_{46}	1	–	$\times$	–	–	–
T_{47}	0	–	$\times$	–	–	–
T_{48}	2	–	$\times$	–	$\times$	–
T_{49}	1	–	$\times$	–	–	–
T_{50}	1	–	$\times$	–	–	–

Ihned vidíme, že hypotézy 6.2 a 6.4 neplatí, protože u faktorů najdeme takové případy stromů, pro které nejsou splněny. Proto není třeba řešit u dalších stromů hypotézy 6.2 a 6.4. Proti tomu hypotézy 6.1, 6.3 a 6.5 splněny u faktorů jsou, neexistuje totiž u faktorů takový strom, který tyto hypotézy popírá.

V této tabulce jsou hypotézy $H6.1$, $H6.3$ a $H6.5$ otestovány pro stromy z kapitoly $4.6.5$, tedy pro stromy, u kterých nevíme, zda faktorizují kompletní graf K_{12}.

strom T	Počet nelistů	$H6.1$	$H6.3$	$H6.5$
T_{66}	2	$-$	$-$	$-$
T_{67}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{68}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{69}	2	$-$	$-$	$-$
T_{70}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{71}	2	$-$	$-$	$-$
T_{72}	2	$-$	$-$	$-$
T_{73}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{74}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{75}	2	$-$	$-$	$-$
T_{76}	2	$-$	$-$	$-$
T_{77}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{78}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{79}	4	$\times$	$\times$	$\times$
T_{80}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{81}	2	$-$	$-$	$-$
T_{82}	4	$\times$	$\times$	$\times$
T_{83}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{84}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{85}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{86}	4	$\times$	$\times$	$\times$
T_{87}	3	$-$	$-$	$\times$

Křížky u hypotéz zkoumaných pro stromy z kapitoly $4.6.5$ nevadí, protože zde hledáme takové stromy, u kterých očekáváme, že nefaktorizují kompletní graf K_{2n}.

Pro stromy z kapitoly $4.6.5$ platí, že nejsilnější hypotéza je hypotéza 6.5, protože je splněna pro málo stromů a pro mnoho stromů splněna není. Hypotézy 6.1 a 6.3 jsou stejně slabé, protože jsou pro stejný počet stromů splněny a nejsou splněny pro málo stromů.

V této tabulce jsou hypotézy vyzkoušeny pro stromy z kapitoly $4.6.6$, tedy pro stromy, u kterých nevíme, zda faktorizují kompletní graf K_{12}.

strom T	Počet nelistů	$H6.1$	$H6.3$	$H6.5$
T_{88}	4	$\times$	$\times$	$\times$
T_{89}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{90}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{91}	4	$\times$	$\times$	$\times$
T_{92}	4	$\times$	$\times$	$\times$
T_{93}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{94}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{95}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{96}	3	$-$	$-$	$-$
T_{97}	3	$-$	$-$	$-$
T_{98}	3	$-$	$-$	$-$
T_{99}	4	$\times$	$-$	$\times$
T_{100}	3	$-$	$-$	$-$
T_{101}	3	$-$	$-$	$-$
T_{102}	4	$\times$	$-$	$\times$
T_{103}	4	$\times$	$-$	$\times$
T_{104}	3	$-$	$-$	$-$
T_{105}	3	$-$	$-$	$-$
T_{106}	4	$\times$	$-$	$\times$
T_{107}	5	$\times$	$\times$	$\times$
T_{108}	4	$\times$	$\times$	$\times$
T_{109}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{110}	4	$\times$	$\times$	$\times$
T_{111}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{112}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{113}	4	$\times$	$-$	$\times$
T_{114}	5	$\times$	$\times$	$\times$
T_{115}	5	$\times$	$\times$	$\times$
T_{116}	4	$\times$	$-$	$\times$
T_{117}	4	$\times$	$-$	$\times$
T_{118}	3	$\times$	$-$	$\times$
T_{119}	4	$\times$	$-$	$\times$
T_{120}	5	$\times$	$\times$	$\times$
T_{121}	5	$\times$	$\times$	$\times$

strom T	Počet nelistů	$H6.1$	$H6.3$	$H6.5$
T_{122}	4	$\times$	$-$	$\times$
T_{123}	3	$-$	$-$	$-$
T_{124}	4	$\times$	$-$	$\times$
T_{125}	4	$\times$	$\times$	$\times$
T_{126}	3	$\times$	$-$	$\times$
T_{127}	3	$-$	$-$	$-$
T_{128}	4	$\times$	$-$	$\times$
T_{129}	3	$-$	$-$	$-$
T_{130}	4	$\times$	$-$	$\times$
T_{131}	3	$-$	$-$	$-$
T_{132}	2	$-$	$-$	$-$
T_{133}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{134}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{135}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{136}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{137}	4	$\times$	$\times$	$\times$
T_{138}	3	$-$	$-$	$\times$
T_{139}	3	$-$	$-$	$-$
T_{140}	4	$\times$	$-$	$\times$
T_{141}	4	$\times$	$-$	$\times$
T_{142}	4	$\times$	$-$	$\times$
T_{143}	5	$\times$	$\times$	$\times$
T_{144}	5	$\times$	$\times$	$\times$
T_{145}	5	$\times$	$\times$	$\times$
T_{146}	3	$-$	$-$	$-$
T_{147}	3	$-$	$-$	$-$
T_{148}	4	$\times$	$-$	$\times$
T_{149}	3	$-$	$-$	$-$
T_{150}	3	$-$	$-$	$-$
T_{151}	4	$\times$	$-$	$\times$

Křížky u hypotéz zkoumaných pro stromy z kapitoly $4.6.6$ nevadí, protože zde hledáme takové stromy, u kterých očekáváme, že nefaktorizují kompletní graf K_{12}.

Pro stromy z kapitoly z kapitoly $4.6.6$ platí, že nejsilnější hypotéza je hypotéza 6.5, pak o něco slabší je hypotéza 6.1 a nejslabší je hypotéza 6.3. To vyplývá z toho, pro kolik stromů jsou hypotézy splněny a pro které ne. Zároveň hypotézy 6.1 a 6.3 nejsou splněny pro ty stromy, u kterých není splněna hypotéza 6.5.

Z tabulek tedy vyplývá, že hypotéza 6.5 je za každých okolností nejsilnější. Množina stromů, u kterých podle hypotézy 6.1 očekáváme, že nefaktorizuje kompletní graf K_{12}, je podmnožinou stromů, u kterých podle hypotézy 6.5 očekáváme, že nefaktorizují kompletní graf K_{12}, a množina stromů, u kterých podle hypotézy 6.3 očekáváme, že nefaktorizují kompletní graf

K_{12}, je podmnožinou stromů, u kterých očekáváme, že podle hypotézy 6.1 nefaktorizují kompletní graf K_{12}.

Celkově vzato, pro 24 stromů očekáváme, že nefaktorizují kompletní graf K_{12} jenom podle hypotézy 6.5. Dalších 19 stromů nefaktorizuje kompletní graf K_{12} podle hypotézy 6.1 a zároveň podle hypotézy 6.5 a dalších 18 stromů nefaktorizuje kompletní graf K_{12} zároveň podle hypotéz 6.1, 6.3 a 6.5, a pro dalších 24 stromů nevíme, protože hypotézy jsou splněny.

Stromy z kapitoly $4.6.5$, které mají 3 nelistové vrcholy různé od bohatého vrcholu v, které nejsou s bohatým vrcholem v incidentní, podle hypotézy 6.5 nefaktorizují kompletní graf K_{12}, ale podle hypotézy 6.1 a 6.3 faktorizují kompletní graf K_{12}. Celkově se jedná o 12 takových stromů.

Stromy z kapitoly $4.6.6$, které mají 3 nelistové vrcholy různé od bohatého vrcholu v, které nejsou s bohatým vrcholem v incidentní, podle hypotézy 6.5 nefaktorizují kompletní graf K_{12}, ale podle hypotézy 6.1 a 6.3 faktorizují kompletní graf K_{12} pouze tehdy, když bohatý vrchol v je stupně 5. Pokud je bohatý vrchol stupně 4 a příslušné stromy mají 3,4 nebo 5 nelistových vrcholů různé od bohatého vrcholu v, které nejsou s bohatým vrcholem v incidentní, pak podle hypotézy 6.3 faktorizují kompletní graf K_{12}, ale podle hypotézy 6.1 a 6.5 nefaktorizují kompletní graf K_{12}.

Pro housenky diametru 6 a více a lobstery s více než 4 nelistovými vrcholy a zvláště takové, které nemají bohatý vrchol stupně n, nevíme, zda faktorizují nebo nefaktorizují příslušný kompletní graf K_{2n}. Z toho důvodu bylo podstatné roztřídit stromy na několik skupin na základě nutných podmínek, které pomohly určit, zda faktorizují nebo nefaktorizují příslušný kompletní graf K_{2n}. Po rozčlenění na tyto skupiny jsme získali stromy, které faktorizují či nefaktorizují příslušný kompletní graf K_{2n} a u kterých nadále netušíme, zda faktorizují příslušný kompletní graf K_{2n}. Na základě pozorování poslední skupiny stromů jsme vytvořili několik hypotéz, které by měly pomoci, při rozhodování, zda zadaný graf nefaktorizuje příslušný kompletní graf K_{2n} nebo by se měl tento strom zkoumat dále.

Bylo zavedeno 5 hypotéz, které jsou závislé na struktuře stromu. Jedná se ale o hypotézy, které nejsou dokázány ani vyvráceny. Důkazy hypotéz nejsou cílem práce, přesto dáváme návrh, které hypotézy se pokusit vyvrátit a které dokázat.

Hypotézy 6.2 a 6.4 byly vyvráceny zkoumáním pro stromy, které faktorizují příslušný kompletní graf K_{2n}.

Dále doporučujeme pokusit se dokázat hypotézu 6.3 nebo 6.1. Jedná se totiž o slabší hypotézy, protože očekáváme, že silnější hypotézy se hůře dokazují. Pokud by se našel protipříklad k vyvrácení hypotézy, doporučujeme jej hledat mezi stromy, které nesplňují hypotézu 6.5, protože 6.5 je nejsilnější a nejsilnější se nejsnáze vyvrací.

Dále navrhujeme prozkoumat stromy, u kterých stále nevíme nic, ani po použití navrhovaných hypotéz. Vybrali jsme následující stromy $T_{96}, T_{97}, T_{98}, T_{100}, T_{101}, T_{104}, T_{105}, T_{123}, T_{127}, T_{129}$. Po delším použití DLX algoritmu u těchto stromů jsme zjistili, že stromy T_{98} a T_{129} faktorizují příslušný kompletní graf K_{2n}. U zbývajících stromů stále nevíme nic, protože výpočet neskončil.

Dále navrhujeme stromy $T_{79}, T_{82}, T_{86}, T_{87}$ také prozkoumat. Stromy T_{79}, T_{82}, T_{86} nefaktorizují příslušný kompletní graf K_{2n} podle hypotéz 6.1,6.3 a 6.5. Strom T_{87} nefaktorizuje kompletní graf K_{2n} podle hypotézy 6.5. Po důkladnějším zkoumání pomocí DLX algoritmu stále o těchto stromech nevíme nic, protože výpočet neskončil.

DLX pro každý ze stromů běžel 12 hodin. Po 12 hodinách DLX algoritmus zjistil, že stromy T_{98} a T_{129} faktorizují příslušný kompletní graf K_{2n}. Pro ostatní stromy DLX algoritmus ani po 12 hodinách žádný výsledek nenašel a výpočet byl přerušen.

7 Závěr

V této práci nabízíme přehled nutných podmínek faktorizace a přehled grafů na $2n$ vrcholech, kde $n = 2, 3, 4, 5, 6$. Ačkoliv je faktorizace stromů disciplína teorie grafů, která se šetří přes 50 let, přesto není úplná klasifikace stromů zcela známa.

Práce je rozdělena do dvou hlavních částí. V první části je přehled nutných podmínek faktorizace včetně pramenů, ze kterých bylo čerpáno.

V druhé části je seznam stromů, u nichž řeším, zda můžeme podle nutných podmínek určit, zda zadané stromy nefaktorizují příslušný kompletní graf K_{12}. V práci jsou obsaženy takové faktory G grafu K_{2n}, pro který neexistuje G-faktorizace. To se dá zjistit pomocí nutných a dostatečných podmínek, které jsou uvedené v první části, nebo také pro malé $n \leq 5$ pomocí DLX algoritmu, který je vyvíjen na Katedře aplikované matematiky při VŠB-TUO.

V práci jsme zkoumali stromy na $2n$ vrcholech, kde $n = 2, 3, 4, 5$. Pro tyto stromy nutné podmínky rozhodnou vždy o nefaktorizaci a dostatečné podmínky rozhodnou o faktorizaci kompletního grafu K_{2n}. Proto jsme přešli na stromy na $2n$ vrcholech, kde $n = 6$. Ne pro všechny stromy na $2n$ vrcholech, kde $n = 6$, se nutné podmínky dají použít k hledání faktorizace kompletního grafu K_{2n}, proto jsme hledali faktorizaci kompletního grafu K_{2n} na stromy pomocí DLX algoritmu. Pro stromy na $2n$ vrcholech, kde $n = 6$, platí následující rozdělení:

- 381 stromů není v práci zahrnuto, protože nejsou pro další zkoumání zajímavé, jelikož se jedná o takové struktury stromů, u nichž víme, zda mají či nemají faktorizaci kompletního grafu K_{12}. Tyto stromy jsme vyloučili hned, protože je to u nich vidět na první pohled, jedná se například o vysoký stupeň bohatého vrcholu nebo o cestu,
- 47 stromů na $2n$ vrcholech, kde $n = 6$, faktorizuje kompletní graf K_{12} pomocí DLX algoritmu,
- 22 stromů na $2n$ vrcholech, kde $n = 6$, má faktorizaci kompletního grafu K_{12} na základě zjištění podle dostatečných podmínek,
- 15 stromů na $2n$ vrcholech, kde $n = 6$, nefaktorizuje kompletní graf K_{12} na základě zjištění podle nutných podmínek,
- 86 stromů na $2n$ vrcholech, kde $n = 6$, nevíme, zda faktorizují kompletní graf K_{12}.

V práci se nejvíce zaměřujeme na housenky a lobstery. Housenky do průměru 5 včetně jsou zcela zpracované ve článcích [2] a [3]. Ale úplnou klasifikaci housenek vyššího diametru nemáme. Ve článku [11] se popisují housenky diametru 6. Tato práce je zaměřená na housenky diametru 6, jejichž bohatý vrchol je stupně 7 a na dostatečné podmínky, kdy záleží, zda n v kompletním grafu K_{2n} je sudé nebo liché. Což pro určení faktorizace kompletního grafu K_{2n} stromů, které máme uvedené v práci, nepomůže.

Dále nás zajímaly stromy typu lobster s více než 4 nelistovými vrcholy. Platí opět ten fakt, že lobstery do 4 nelistových vrcholů jsou zcela zpracované a o jejich faktorizaci kompletního grafu K_{2n} umíme rozhodnout podle výsledků článku [4], zatímco úplnou klasifikaci lobsterů s více než 4 listy nemáme.

Na základě pozorování výše zmíněných stromů bylo vytvořeno několik hypotéz, u kterých odhadujeme, že pro faktory jsou splněny a pro nefaktory nejsou splněny. Tyto hypotézy jsou závislé na struktuře stromu a na počtu nelistových vrcholů, které jsou různé od bohatého vrcholu v a které s ním nejsou incidentní, a také na stupni bohatého vrcholu v.

Hypotéz bylo zavedeno 5, které jsou závislé na struktuře stromu. Hypotézy 6.2 a 6.4 byly vyvráceny zkoumáním pro stromy, které faktorizují kompletní graf K_{2n}. Zbývající hypotézy nebyly ani dokázány a ani vyvráceny, neboť důkazy nebyly cílem práce. Přesto jsme dali návrh, které hypotézy zkusit dokázat. Navrhujeme pokusit se dokázat hypotézu 6.3, protože se jedná o nejjednodušší hypotézu. Případně navrhujeme vyvrátit hypotézu 6.5, protože je jednodušší vyvrátit nejsložitější hypotézu.

Literatura

[1] Eldergill, P.: *Decompositions of the complete graph with an even number of vertices, Master thesis, McMaster Univerzity (1997)*

[2] Fronček, D.: *Note on factorization of complete graphs into caterpillars with small diameters. JCMCC,* **57***, 179–186 (2006)*

[3] Fronček, D., Kovář, P., Kovářová, T., Kubesa, M.: *Factorization of complete graphs into caterpillars of dimater 5. Discrete Math,* **310***, 537–556 (2010)*

[4] Fronček, D., Kovář, P., Kubesa, M.: *Factorization of complete graphs into trees with at most four non-leave vertices. Graphs and Combinatorics,* **27***, 621–646 (2011)*

[5] Hliněný, P.: *Diskrétní matematika, skripta, VŠB-TUO, Ostrava, 2005*

[6] Kovář, P.: *Decompositions and factorizations of complete graphs. Ed. M. Dehmer, Springer,* **7***, 169–196 (2010)*

[7] Kovář, P.: *Necessary conditions for faktorizations of complete graphs into spanning trees* (submited)

[8] Kovář, P.: *Teorie grafů, skripta, MI21 (2012)*

[9] Kovář, P., Kubesa, M.: *Factorization of complete graphs into spanning trees with all possible maximum degrees. LNCS,* **5874***, 334–344 (2009)*

[10] Kovář, P., Kubesa, M., Meszka, M.: *Factorization of complete graphs into brooms. Discrete Mathematics, 1084-1093 (2012).*

[11] Vetrík, T.: *On factorization of complete graphs into isomorphics caterpillars of diameter* 6*. Mathematics, Geometry and their Applications 22, 17 – 21 (2006)*